

背景と動機

ラーメン屋やチケットカウンターでは、人はランダムに到着する。その到着時刻を数直線上に並べると**数直線上のランダムな点配置(点過程)**とみなせる。

→ **平面や空間のランダムな点配置(点過程)** は応用の様々な場面にあられる。

例：無線基地局，センサー配置，砂漠の植生，鳥の巣，電子などの多粒子系，画像，他

現状

ランダムな点配置のモデルは、幅広い分野で重要：

- 交通・都市計画（混雑・人流の解析）
- 通信（データ到着・ネットワーク負荷）
- 数学（ランダム行列の固有値，リーマンゼータ関数の非自明零点）
- 物理（多粒子の分布，量子系）
- 機械学習（データの多様なサンプリング）

「**ランダムに見える配置の中にどのような特徴があるか**」

を理解することが鍵となる：相関関数，K関数，ラプラス変換，スペクトル，パーシステント図，etc.

展開

点過程の性質の詳細な解析 ⇒ 特徴量の抽出（トポロジー的手法など） ⇒ 具体的問題への応用

有名な点過程の例：

ポアソン点過程（下図中央）

点は独立に現れる。

完全にランダムな配置

行列式点過程（DPP）（下図左）

点同士が互いに「反発」する

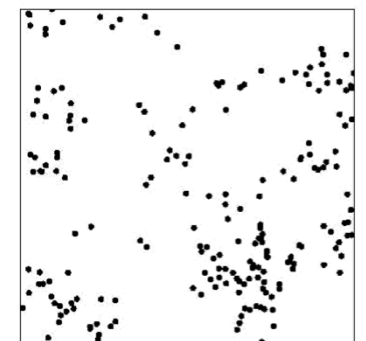
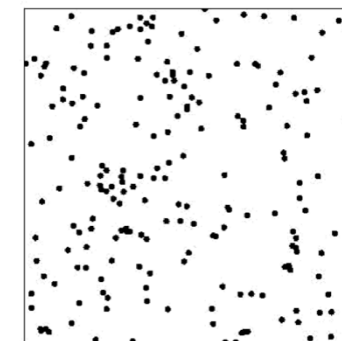
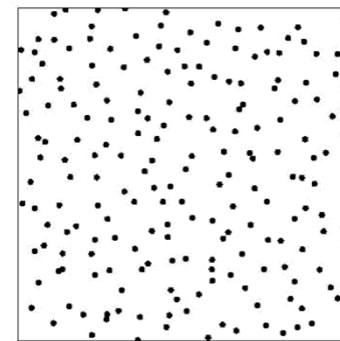
近くに点が集まりにくい

コックス点過程（下図右）

点同士が互いに「引き合う」

近くに点が集まりやすい

2次元の点配置の例：



1000万次元の点配置の例：

1000万画素の1枚の画像は1000万次元の空間の1点とみなせる。画像の集合は1000万次元の点配置とみなせる。