

点配置とデータの形

白井朋之

九州大学IMI 基礎理論研究部門

2025年9月4日

基礎理論研究部門

応用に関心のある**純粋数学者**を置き、課題は明確であるが、解決のための数学的手法が明らかでない場合にその手法を明らかにするための**基礎研究**を行うための部門です。革新的技術イノベーションを導くための基礎研究を行います。(IMIホームページより)

専門分野：確率論

様々なところに現れるランダムな現象全般に興味がある。特に、**ランダムな点配置（点過程）**の問題は、これまで多くの時間を費やしてきた研究対象である。

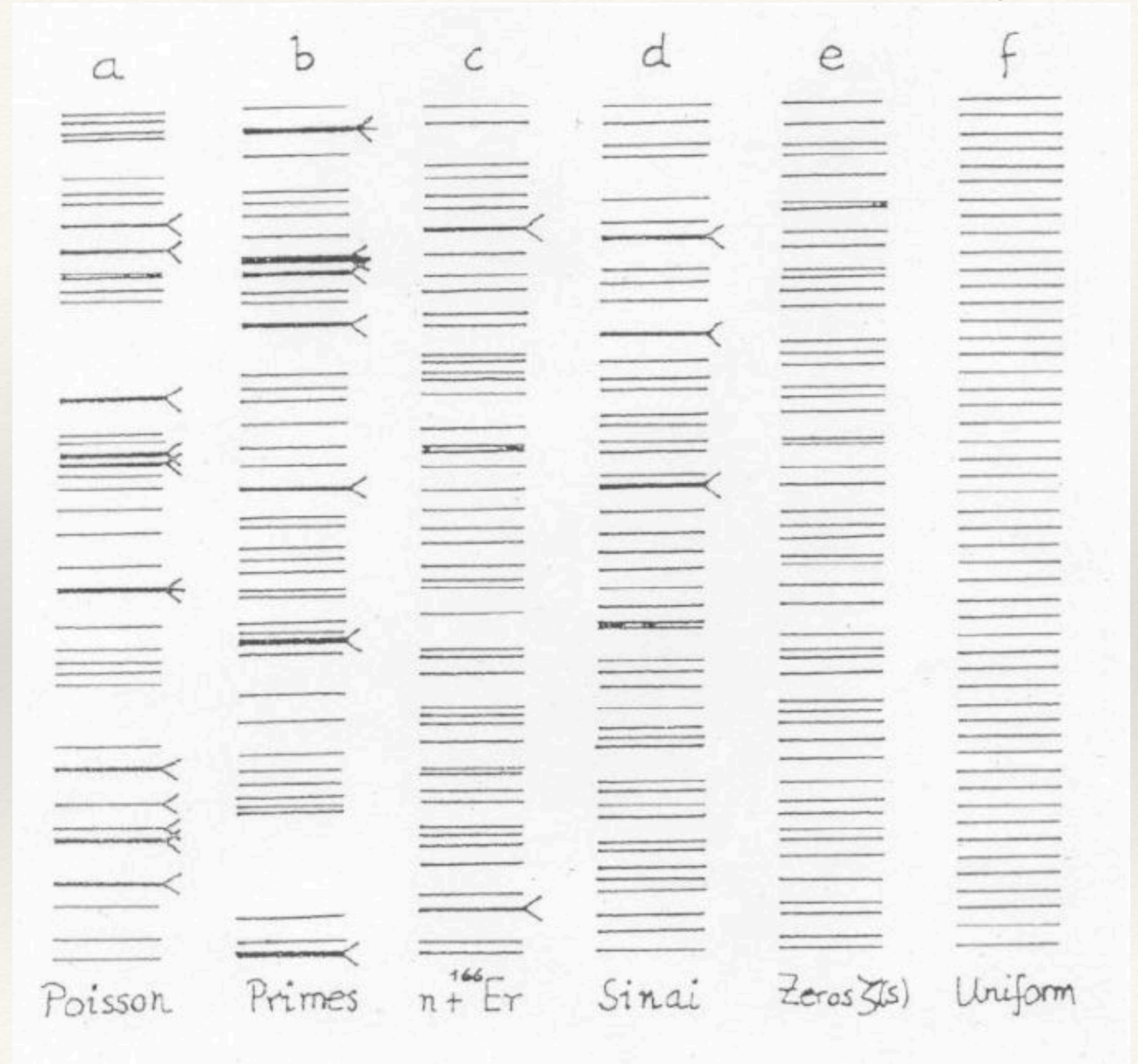
1次元の点配置の例

Bohigas '84

- a. 客の訪問時間（待ち行列）
- b. 素数
- c. 原子 Er (エルビウム)
のエネルギー準位
- d. ラプラシアンの固有値
- e. リーマンゼータ関数の零点
- f. 等間隔

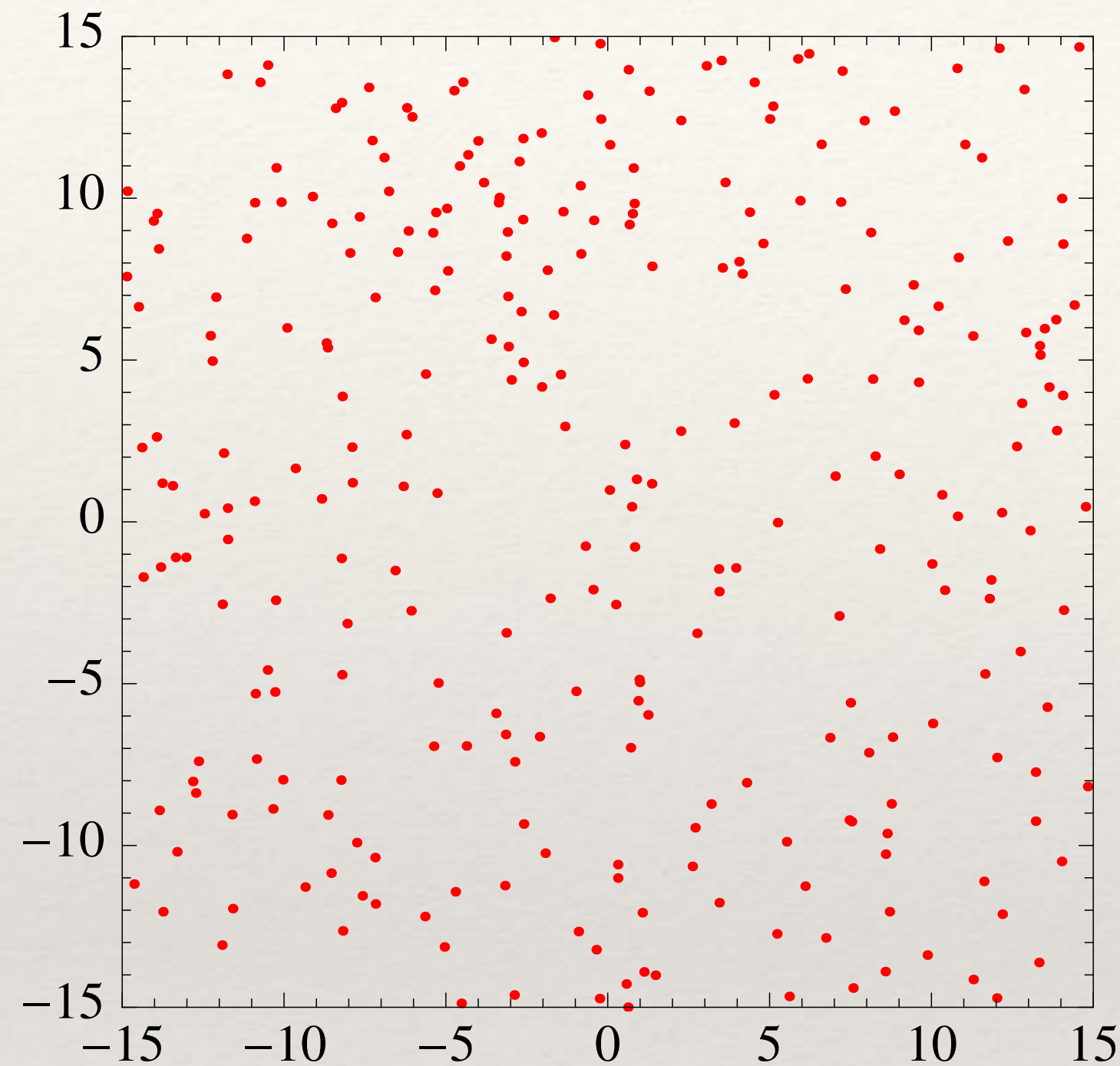
クレイ数学研究所

ミレニアム問題（100万ドル）



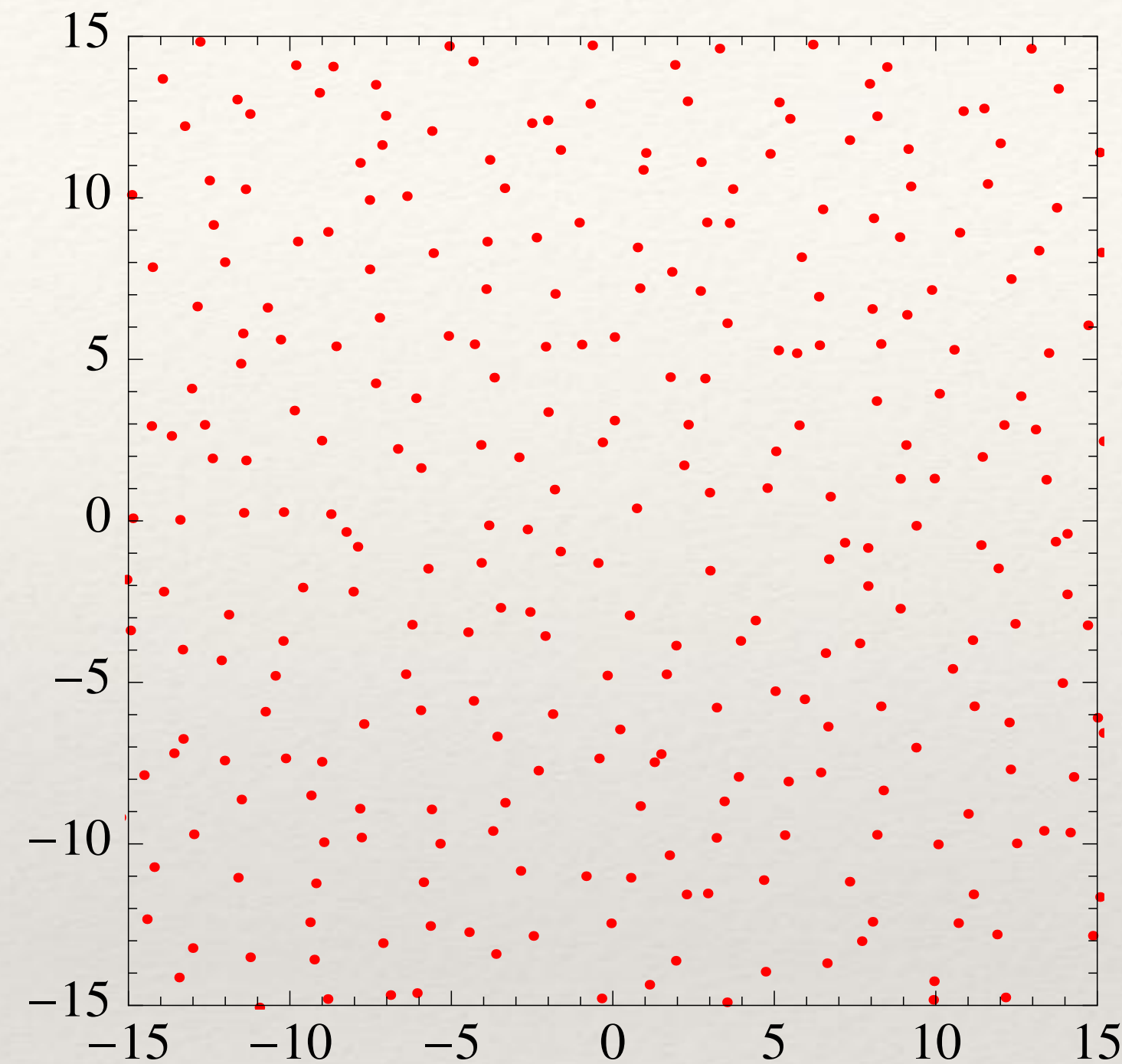
2次元のランダム点配置

Poisson



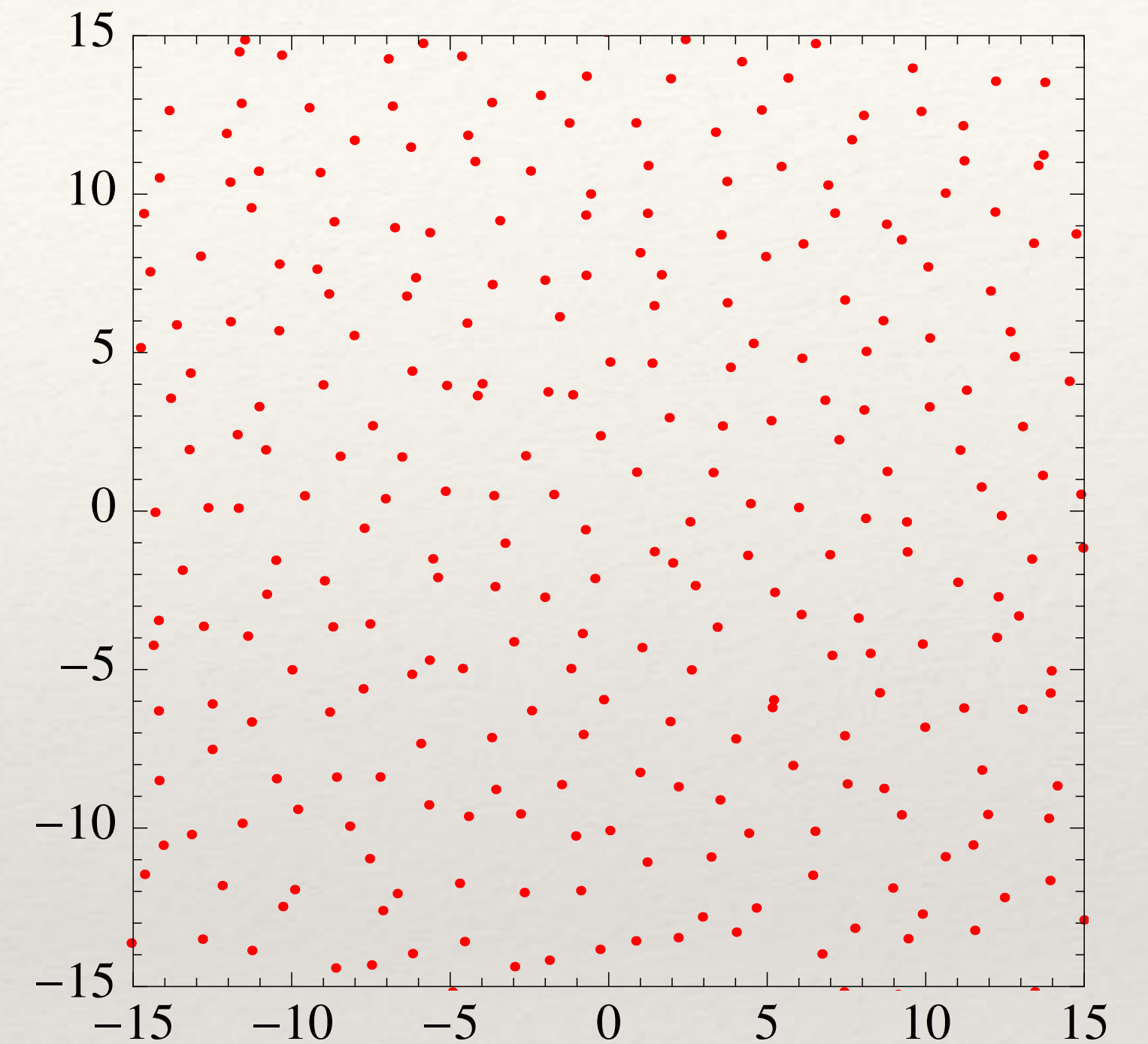
無相関

Ginibre



ランダム行列の固有値

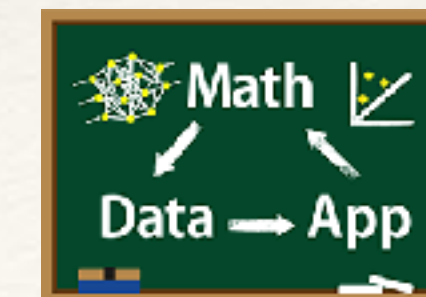
flatGAF



ランダム解析関数の零点

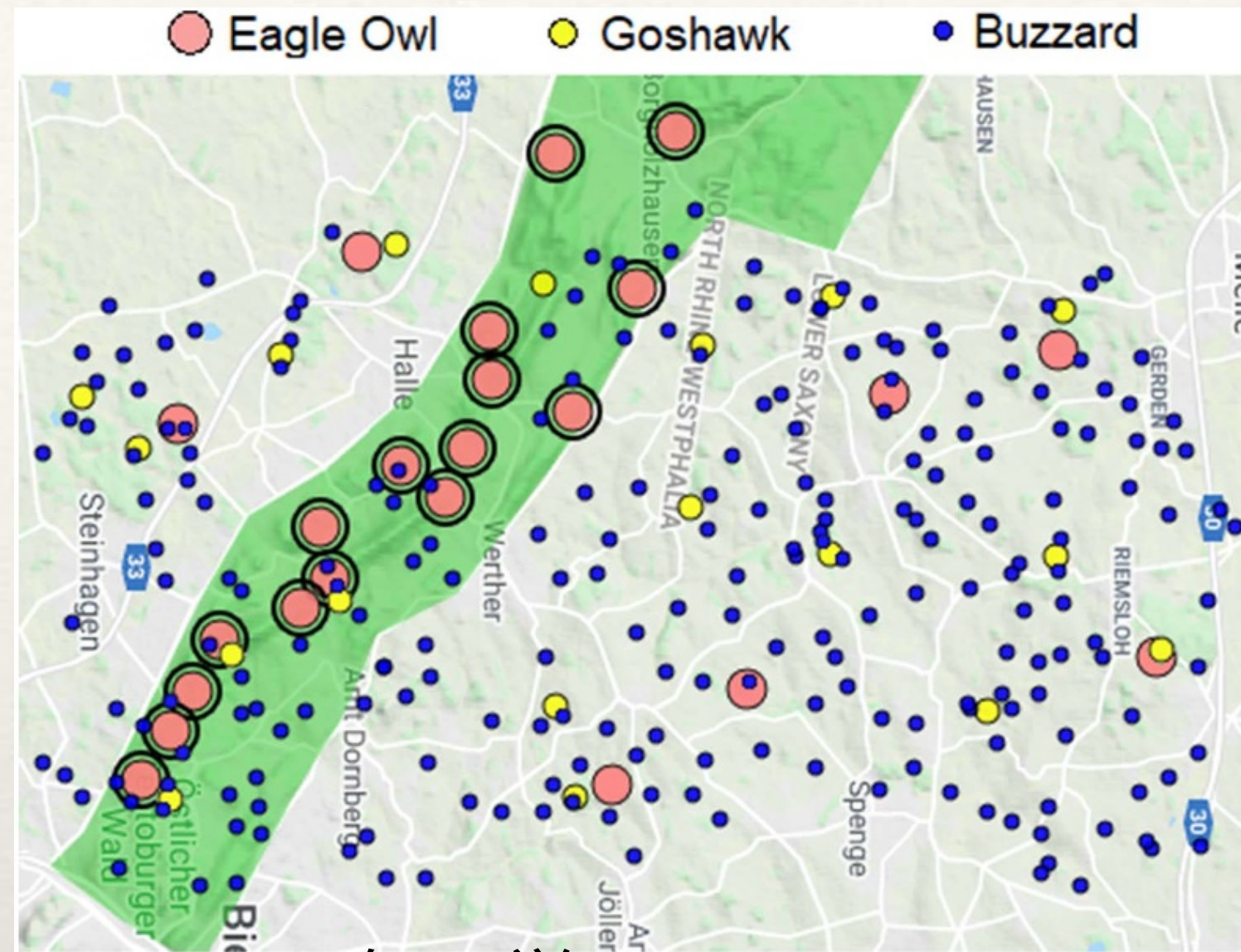
これらの違いや特徴をどうやって表現（数学的に言語化）する？

良い**特徴量・サマリー**を見出す

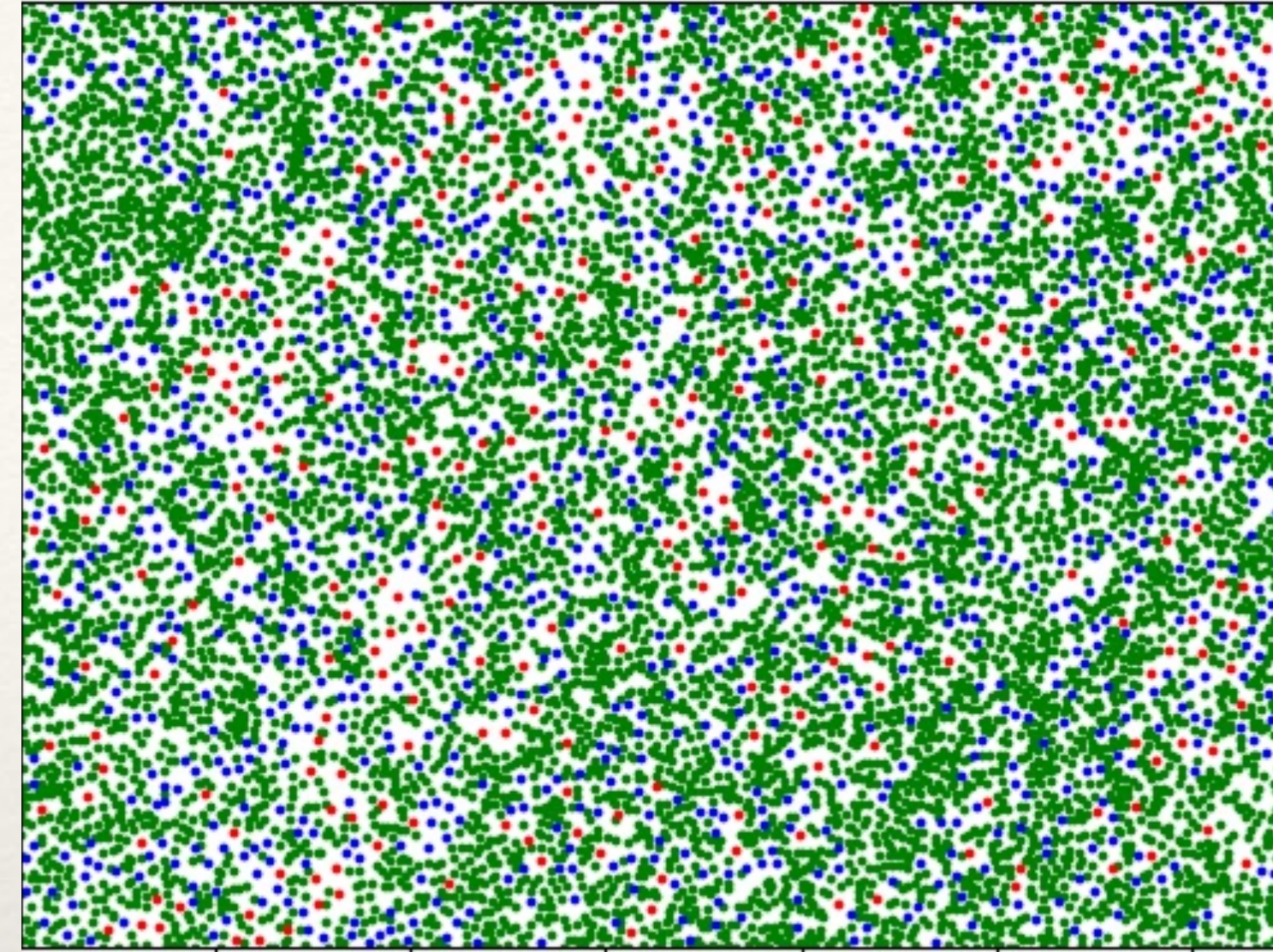


データ記述科学

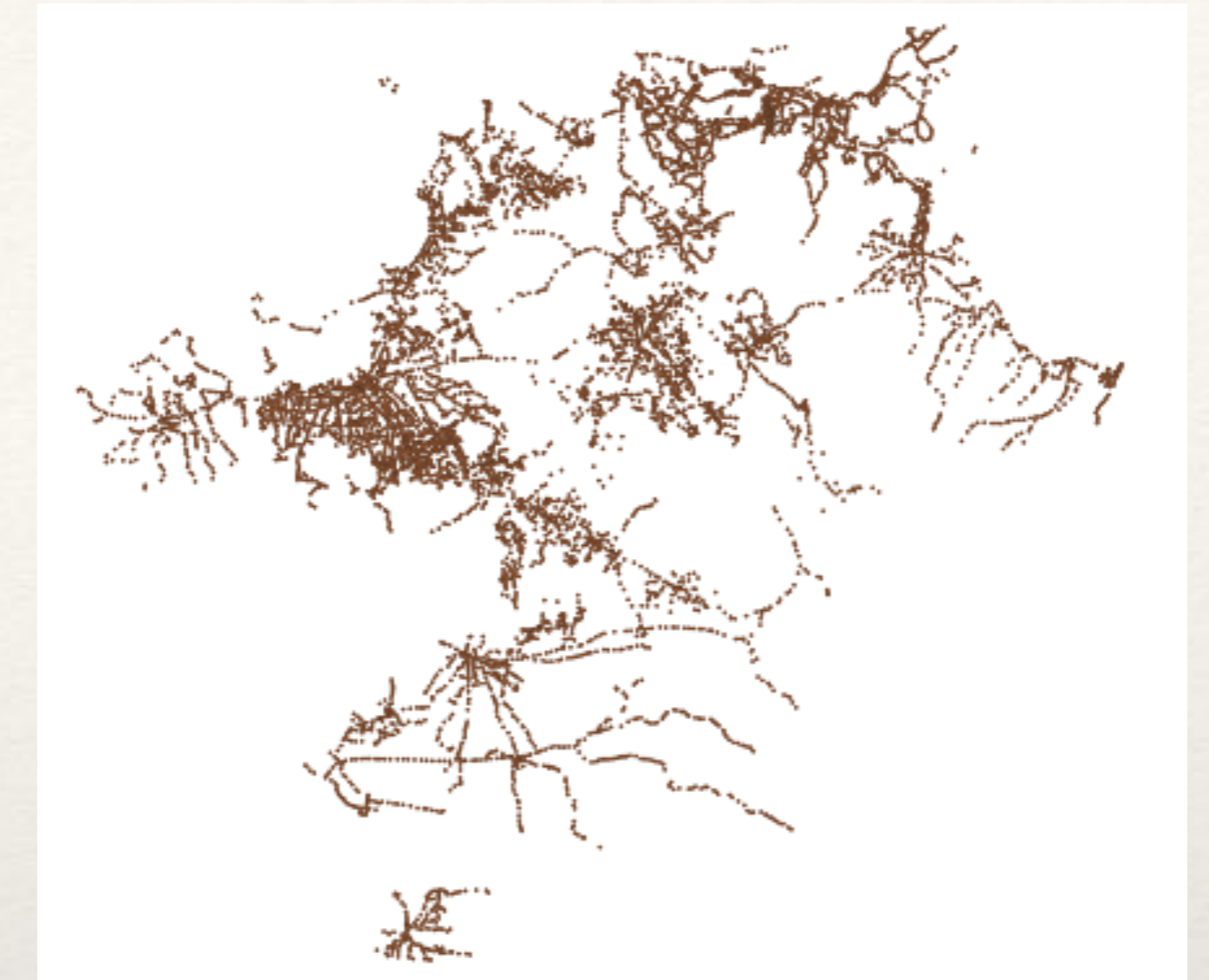
2次元の点配置の具体例



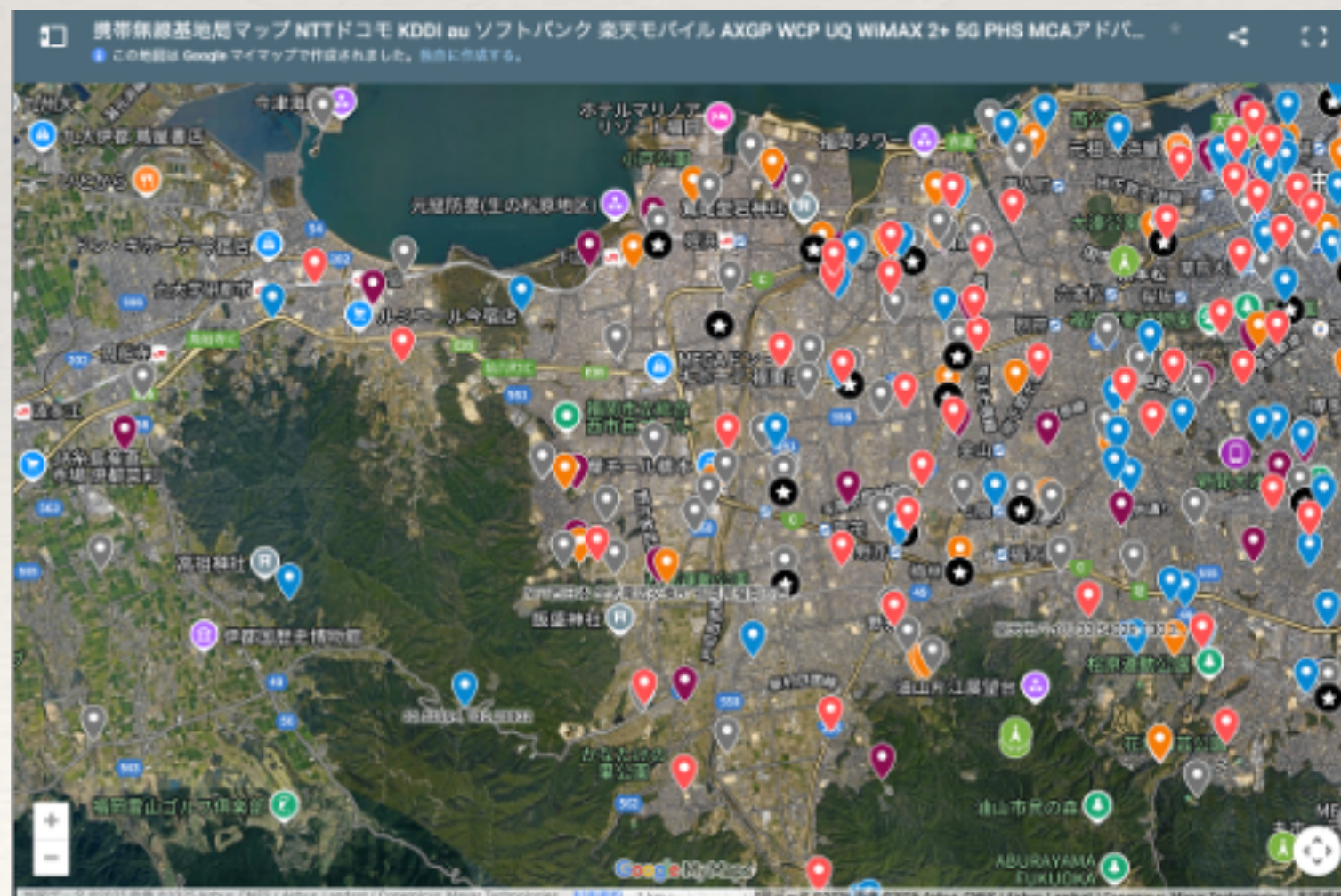
鳥の巣(Akemann et al.)



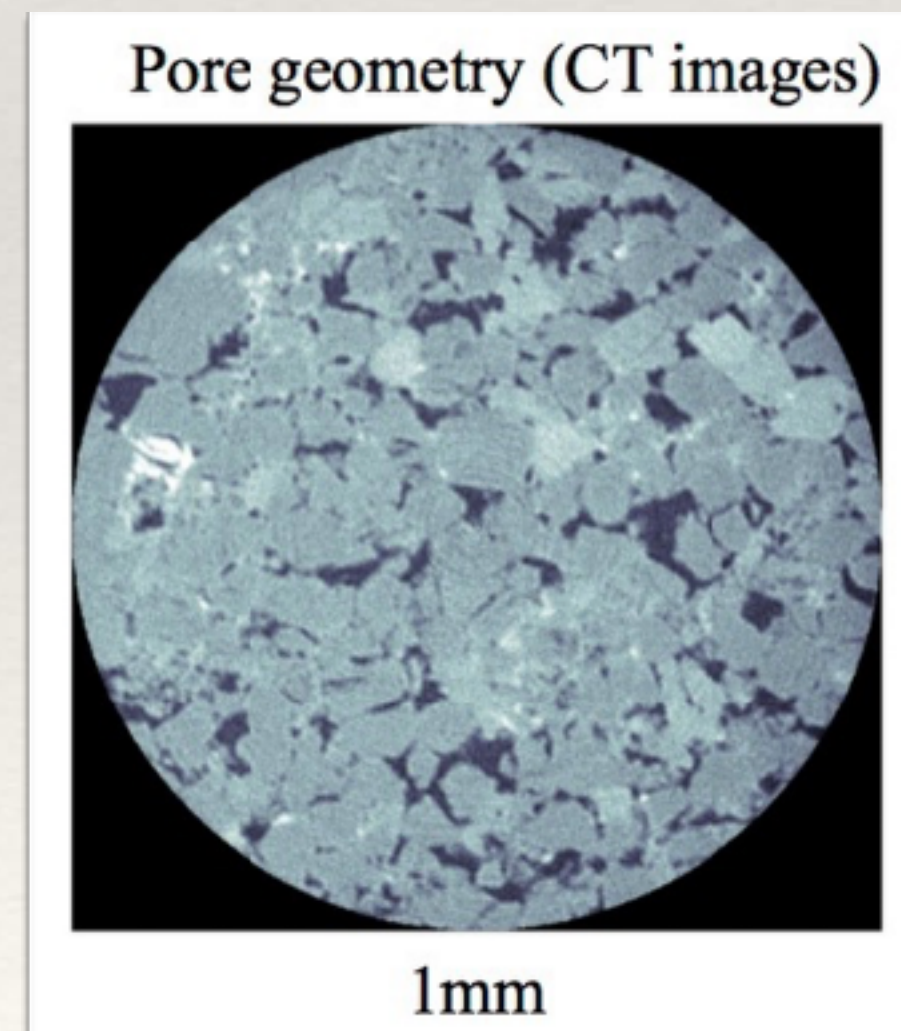
砂漠の植物



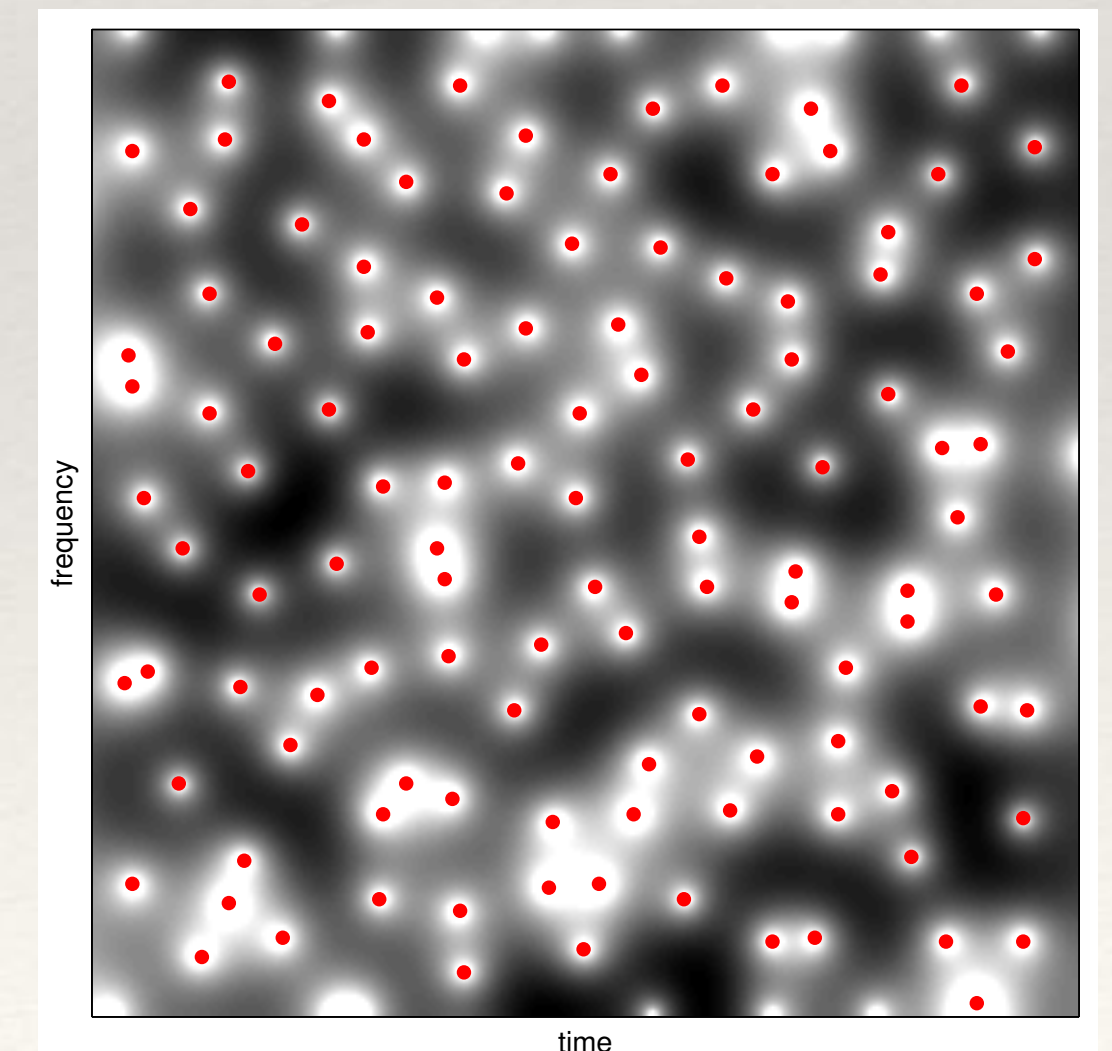
福岡県のバス停



携帯無線基地局



岩石の空隙(CT画像)



短時間フーリエ変換

トポロジータ解析

データの「形」に着目してデータ解析を行う。

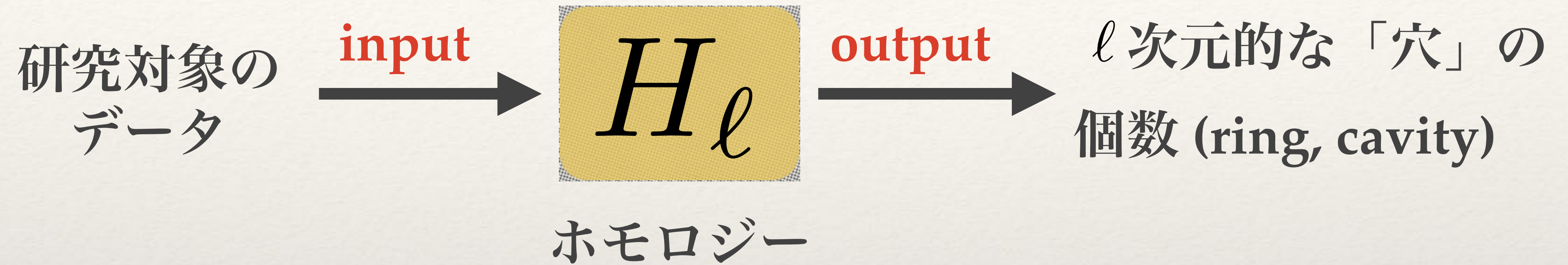
Data has shape. Shape has meaning. Meaning drives values.

データは形をもつ。形は意味をもつ。そして、意味は価値を生む。

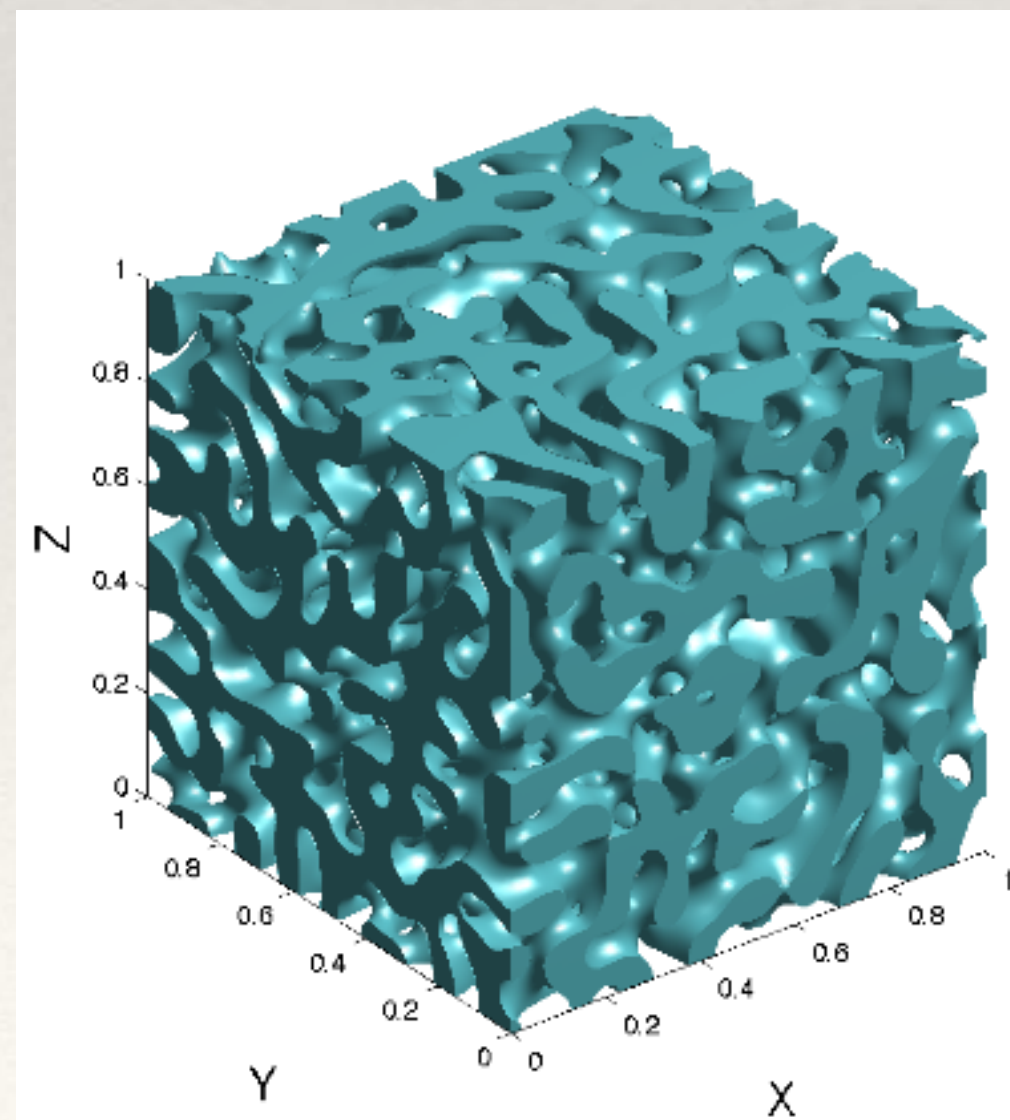
数学者 Gunnar Carlsson (Stanford)が2008年にAYASDIを設立
(2019年にSymphony AIによって買収)

- 医療分野・ヘルスケア(がん・糖尿病)
- 金融・不正検知
- デジタルイメージ解析

ホモロジー



input (入力)



output (出力) = Betti 数

$$H_0 = 1 \quad : 1 \text{ 連結成分}$$

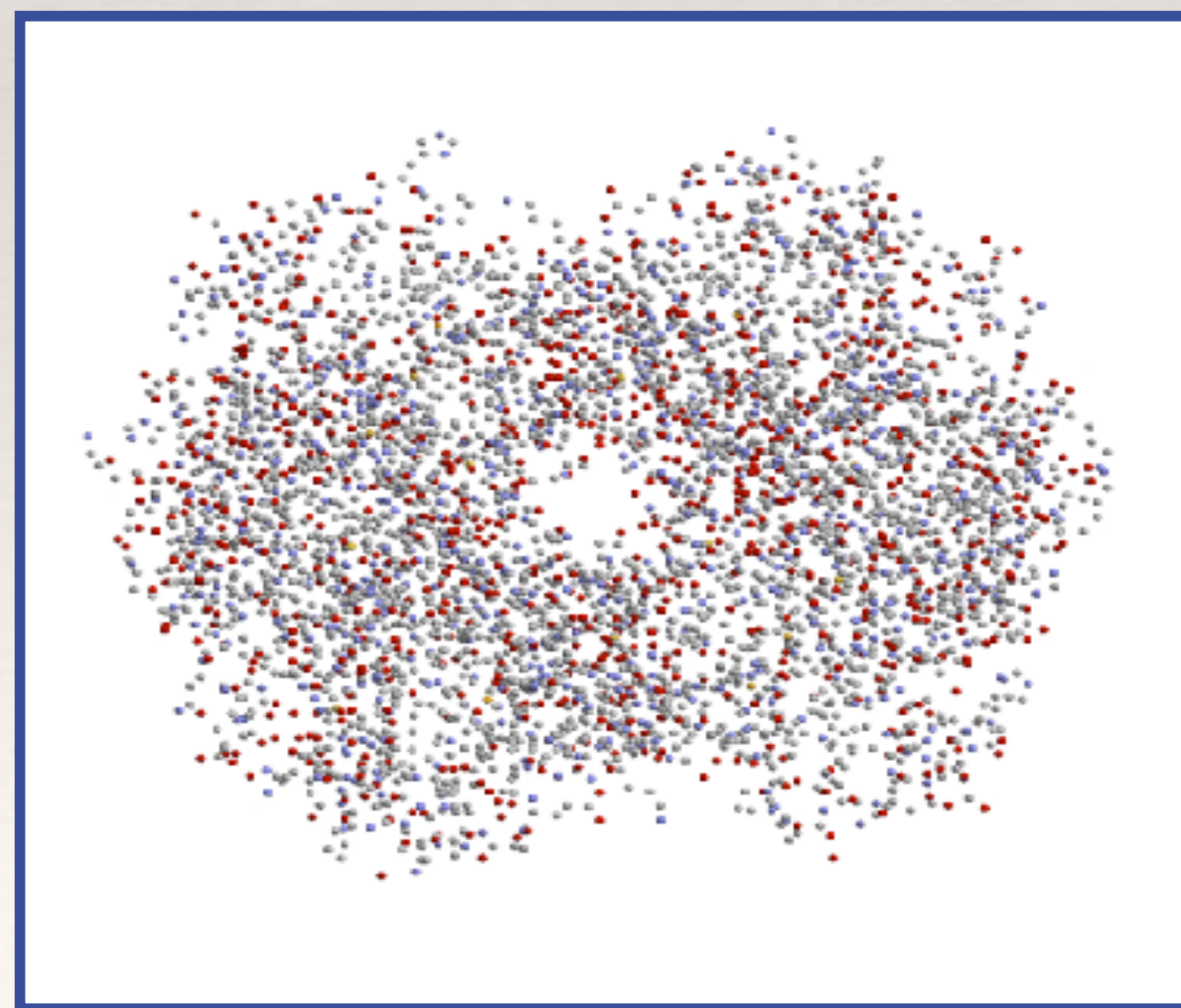
$$H_1 = 847 \quad : 847 \text{ rings}$$

$$H_2 = 0 \quad : 0 \text{ cavity}$$

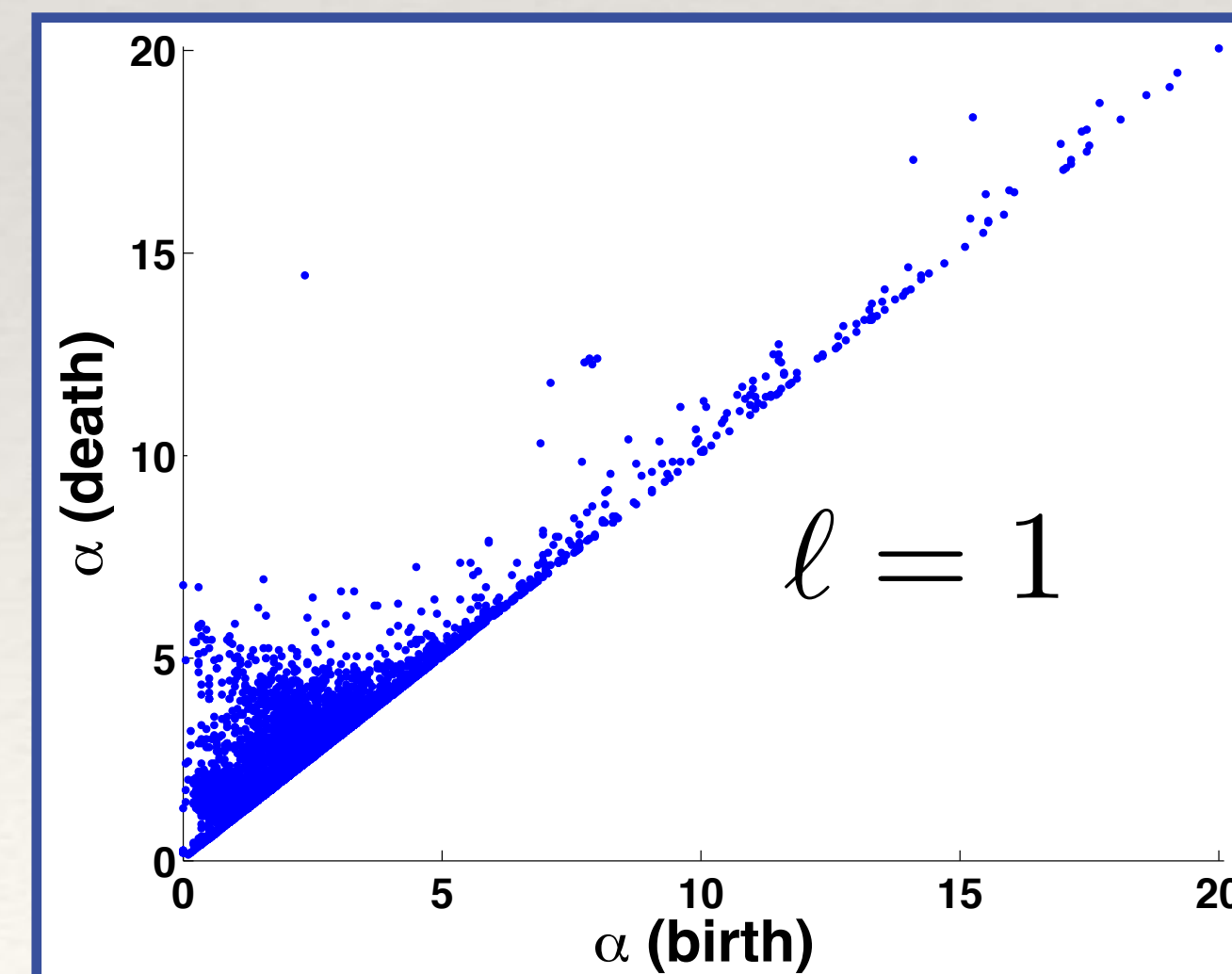
パーシステントホモロジー



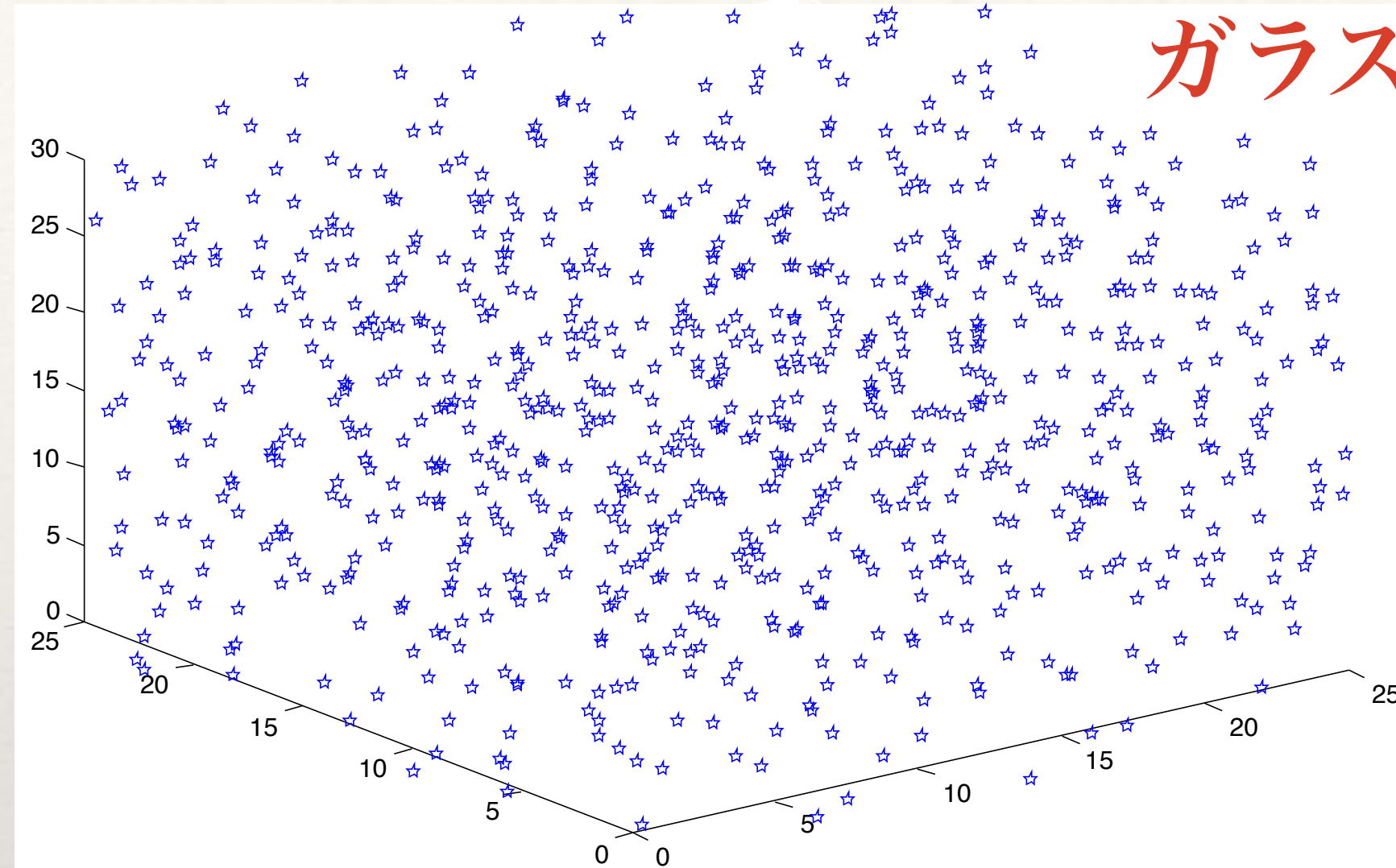
input: ヘモグロビン



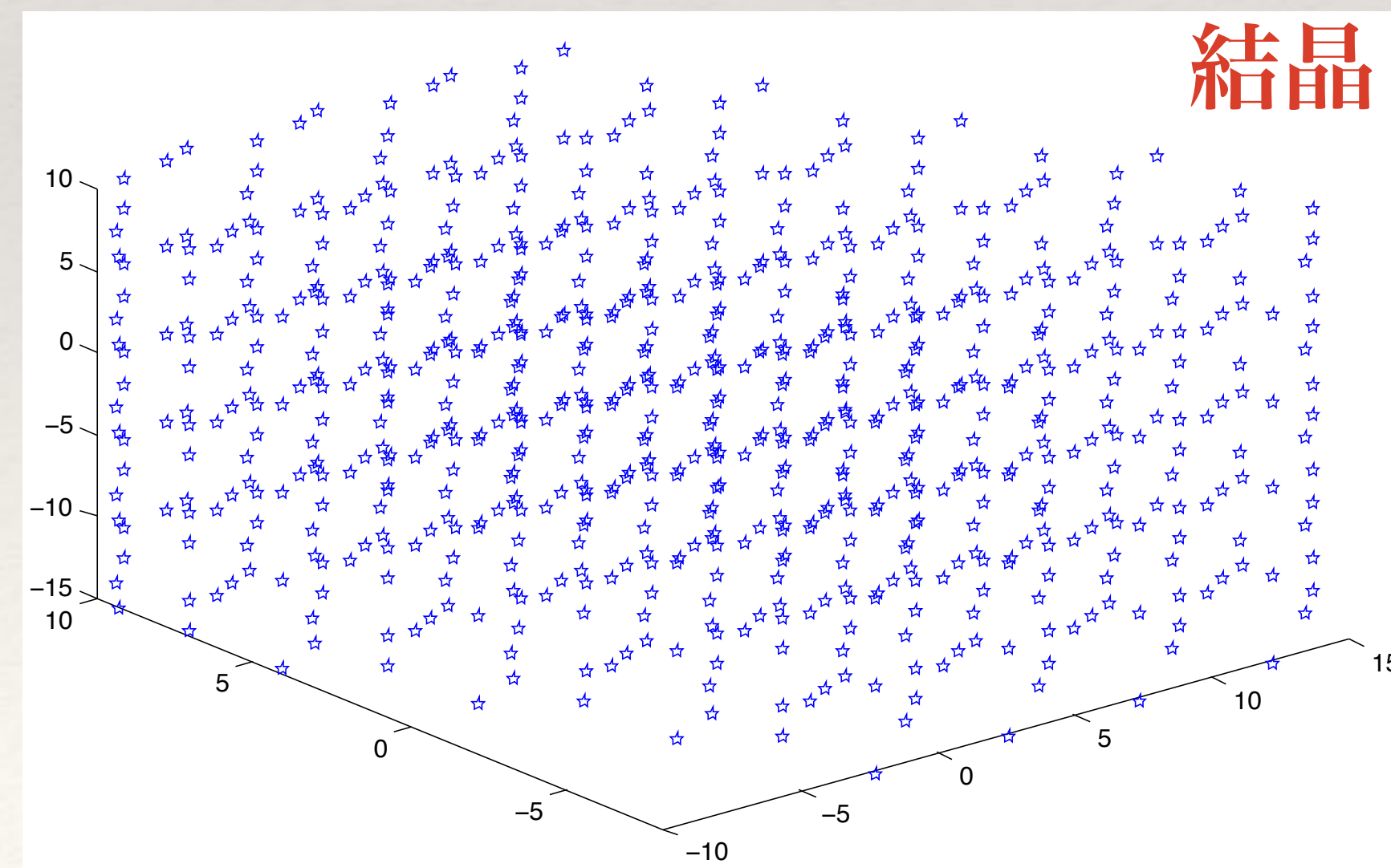
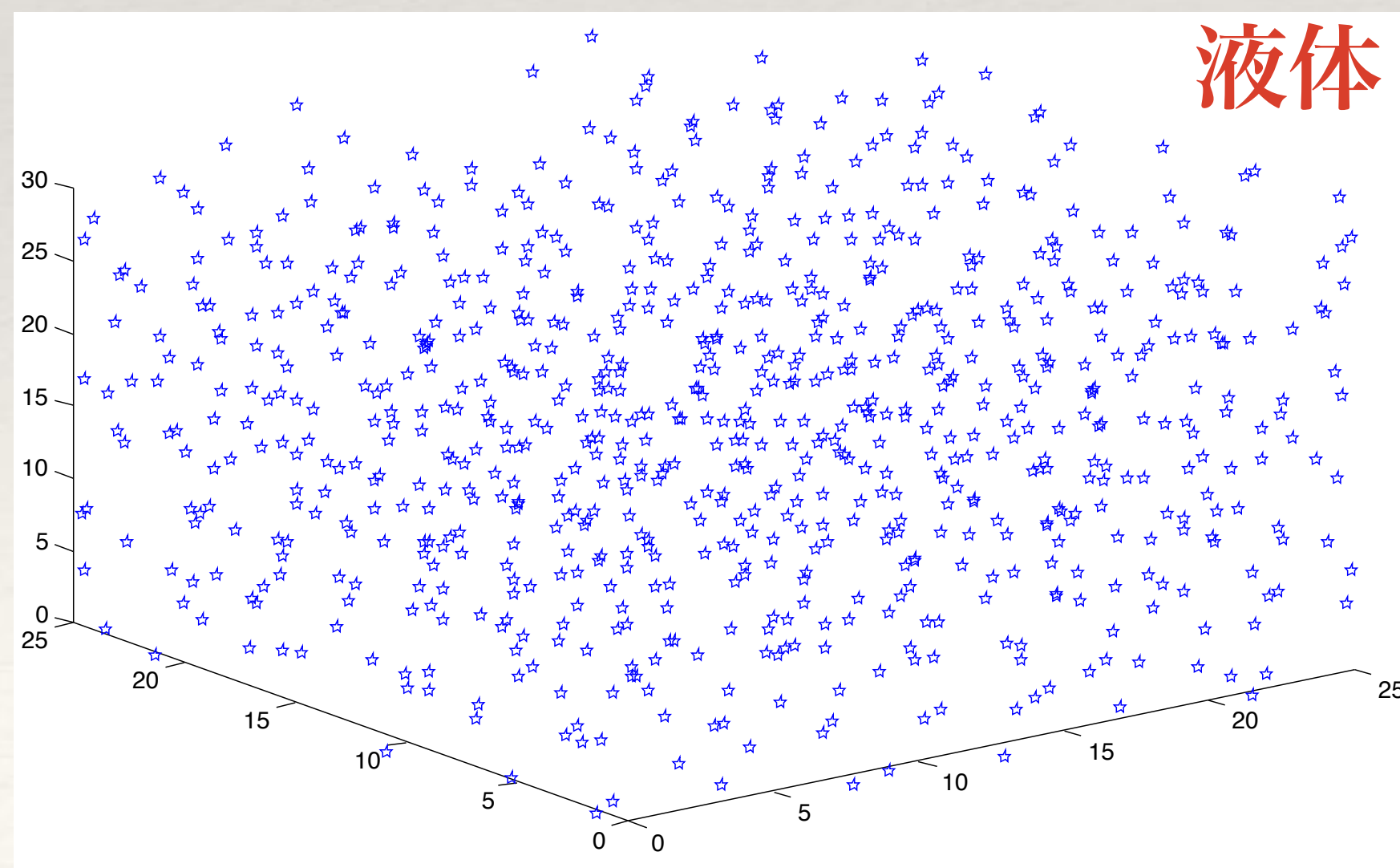
output: パーシステント図



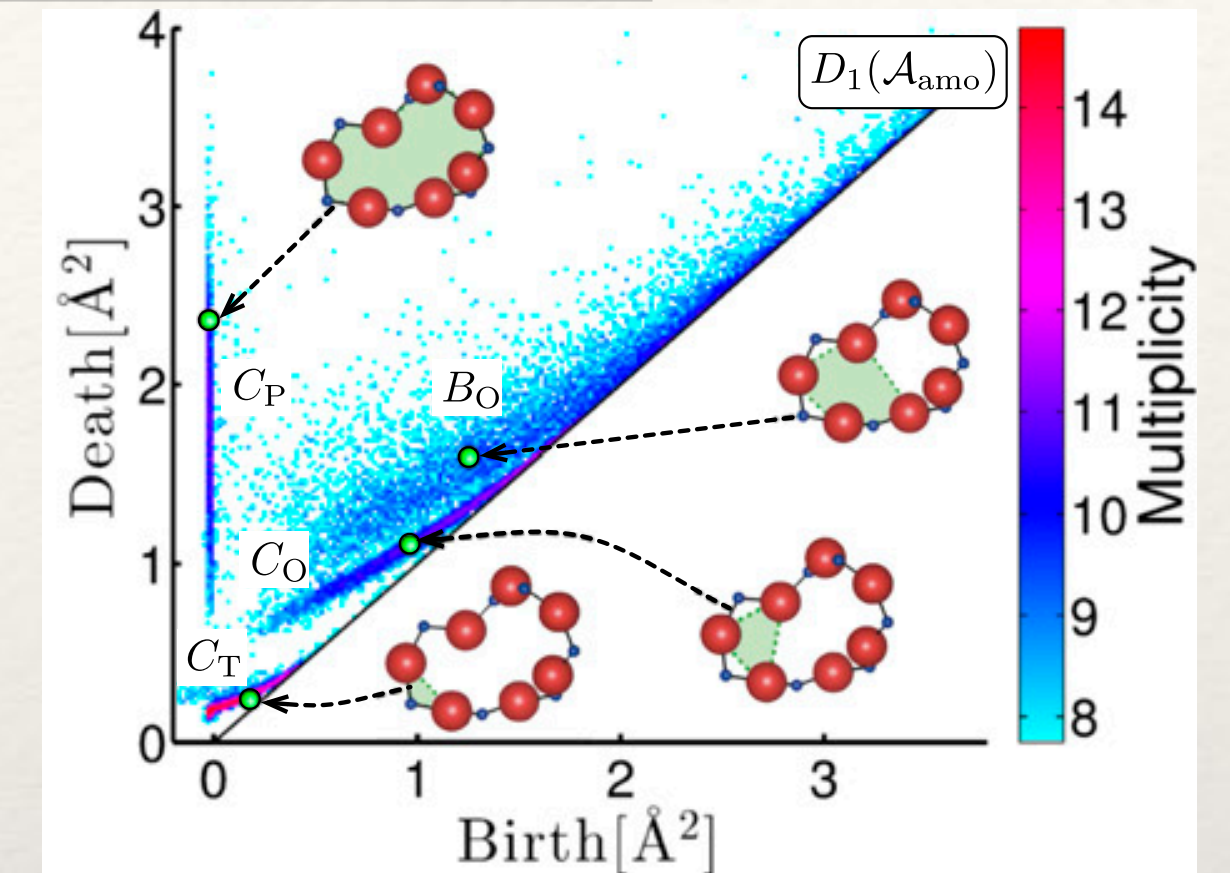
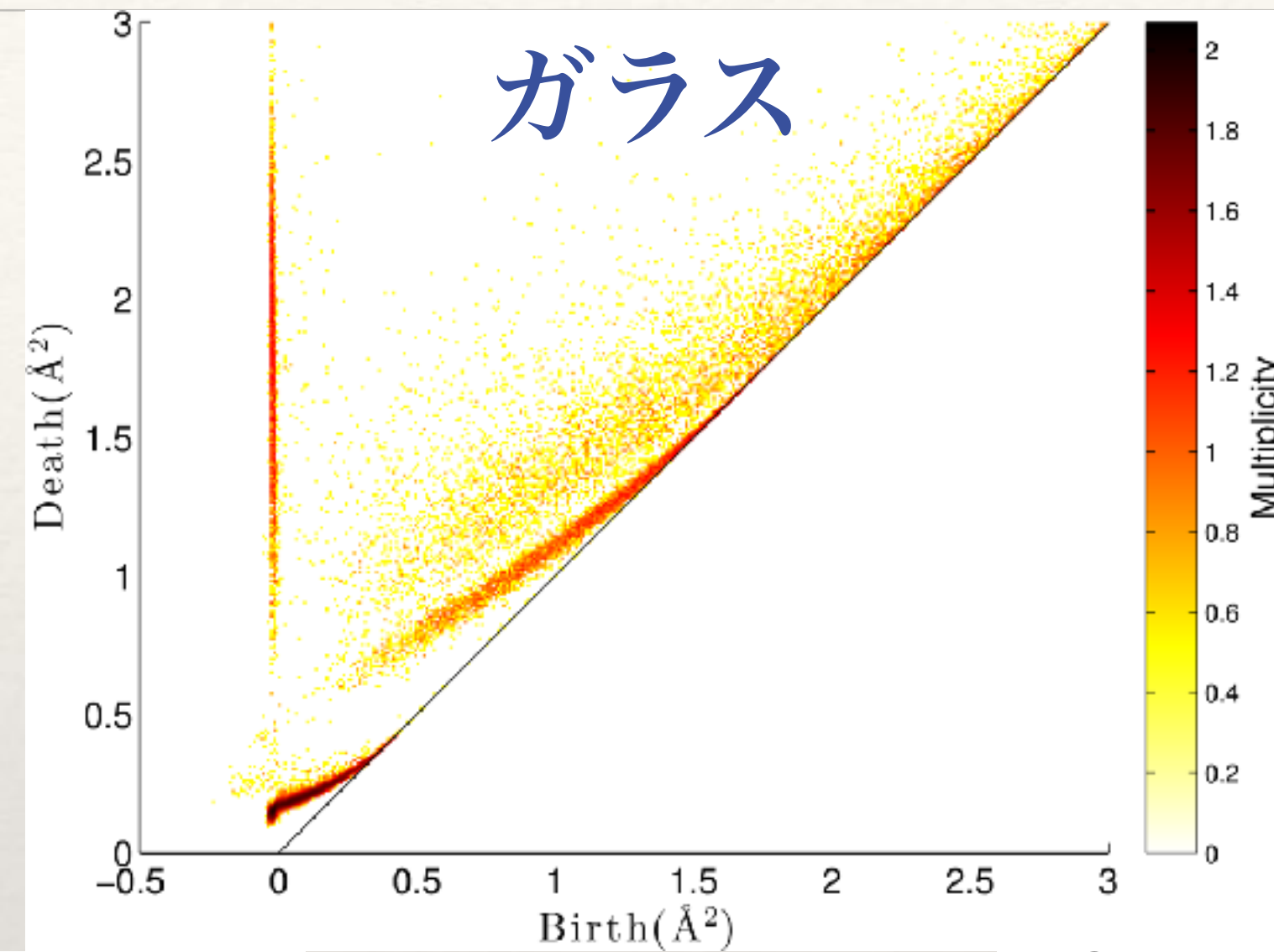
SiO₂（シリカ）の原子配置



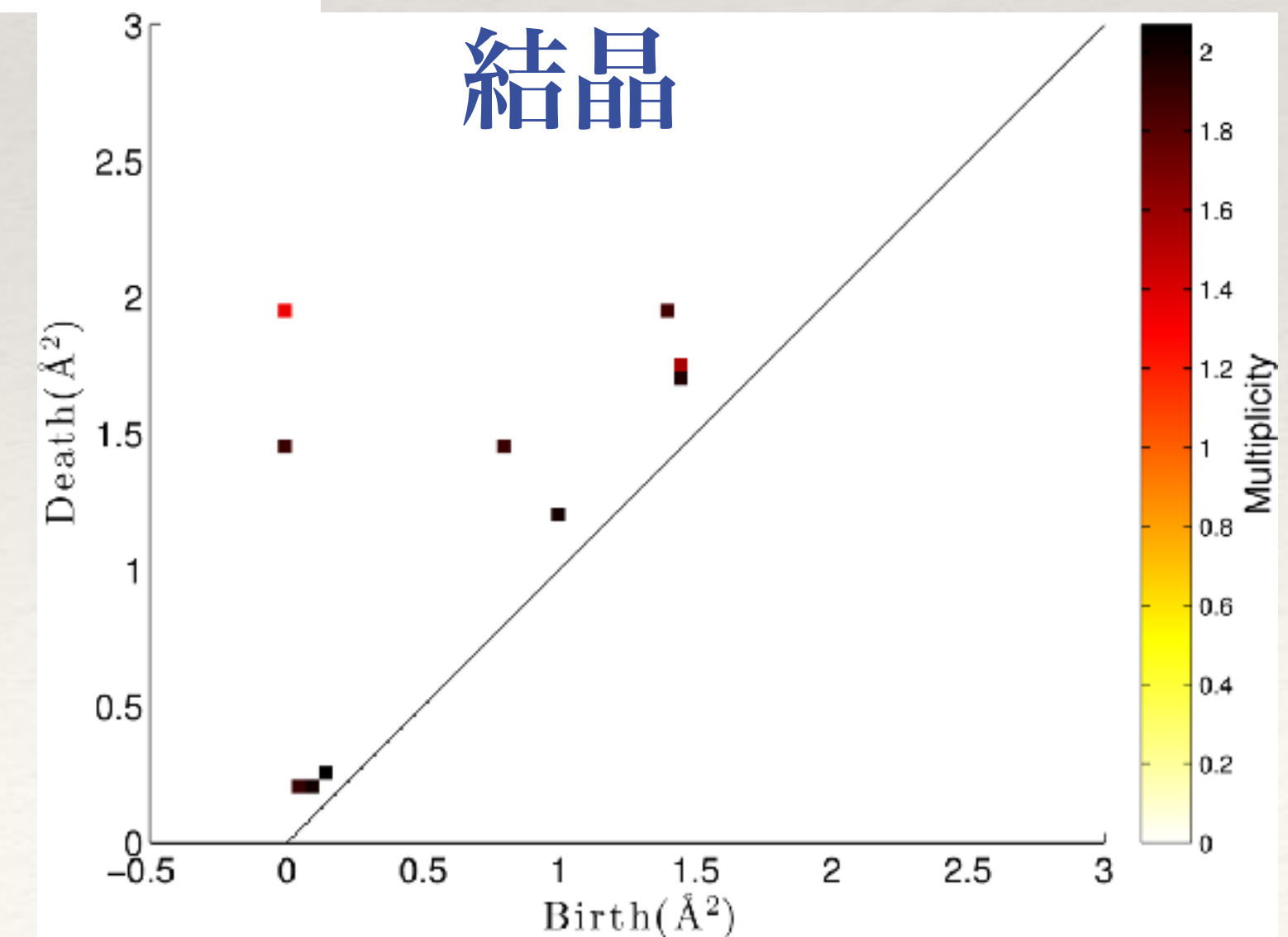
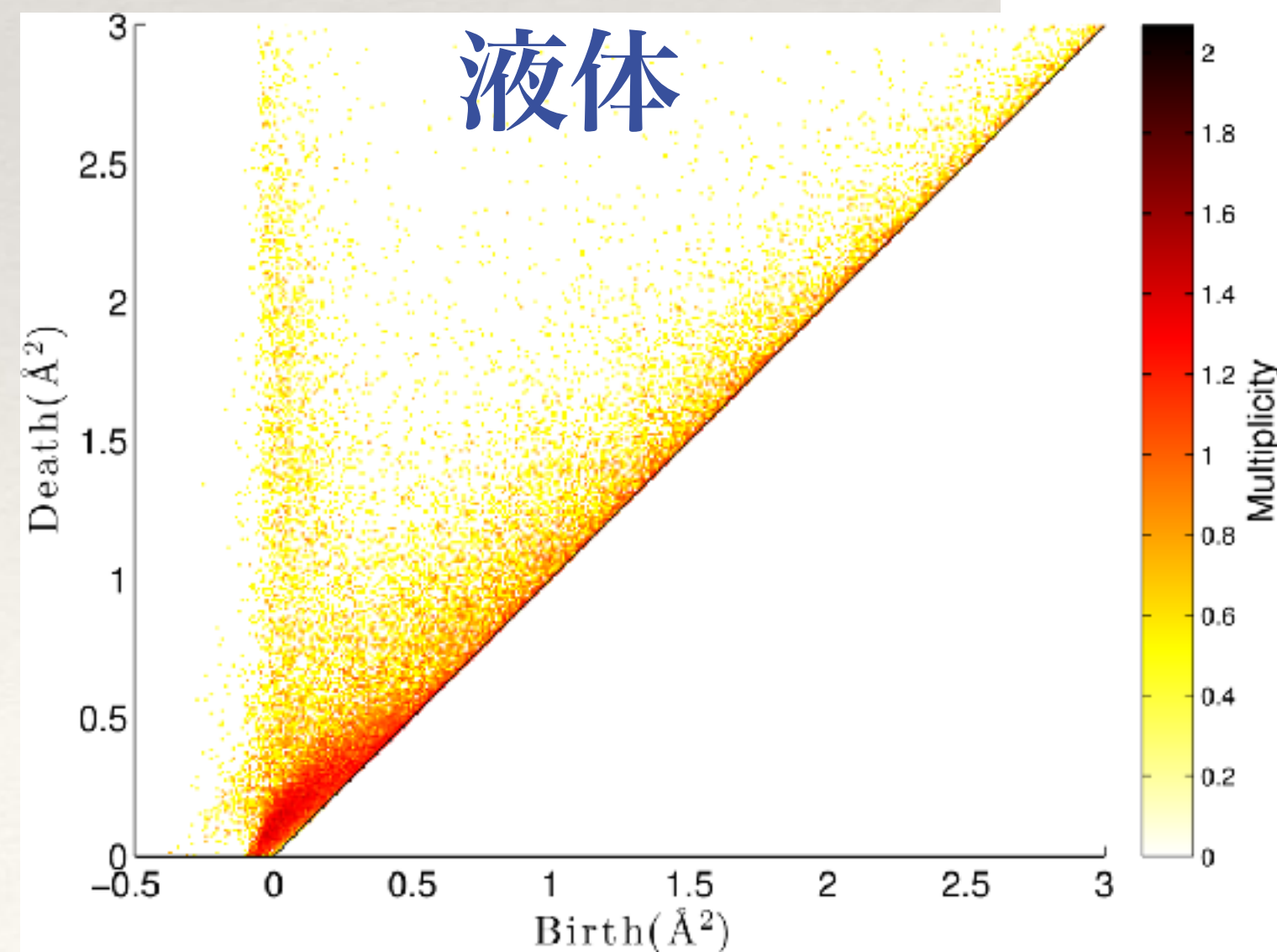
分子動力学法による
シミュレーション



SiO₂ (シリカ) のパーシステント図



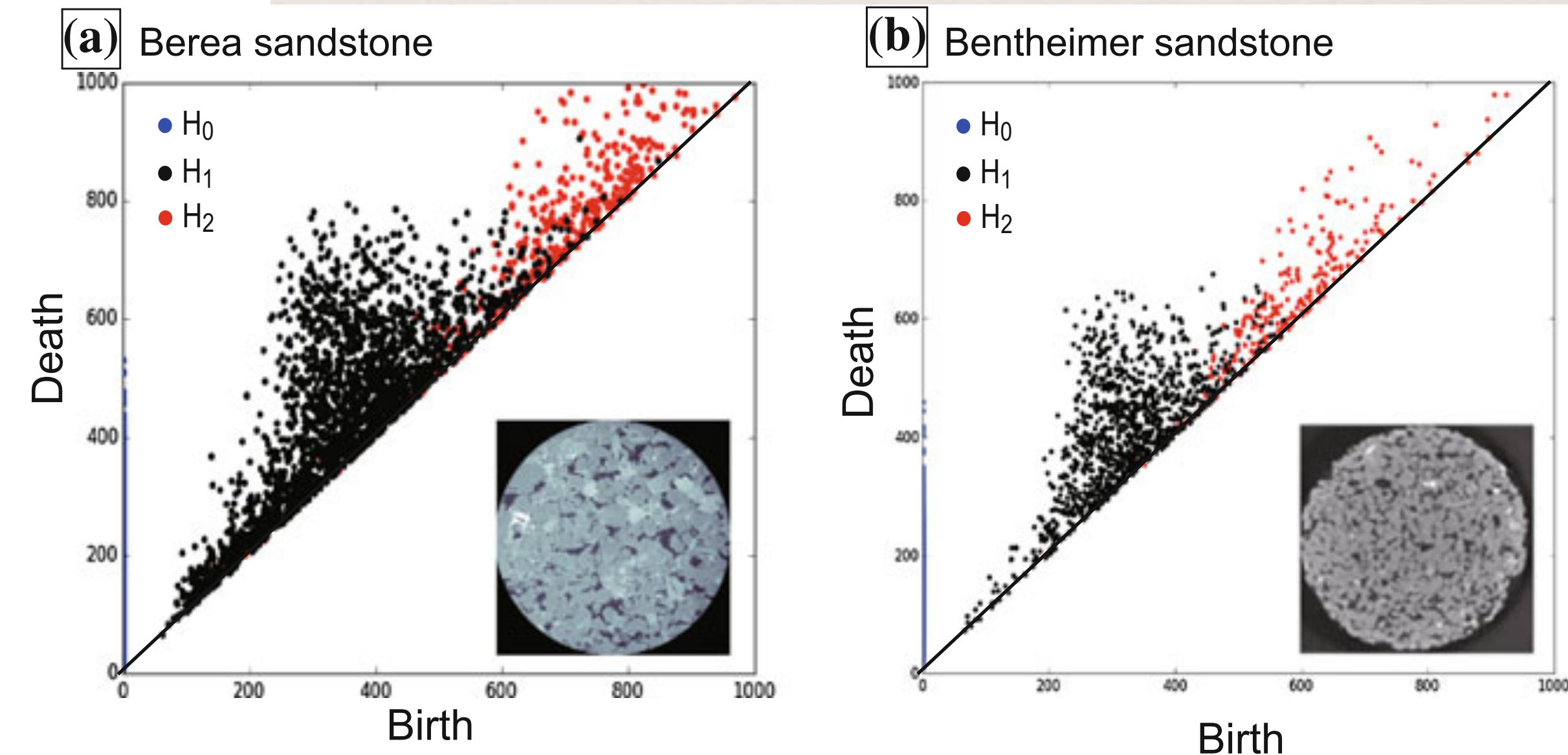
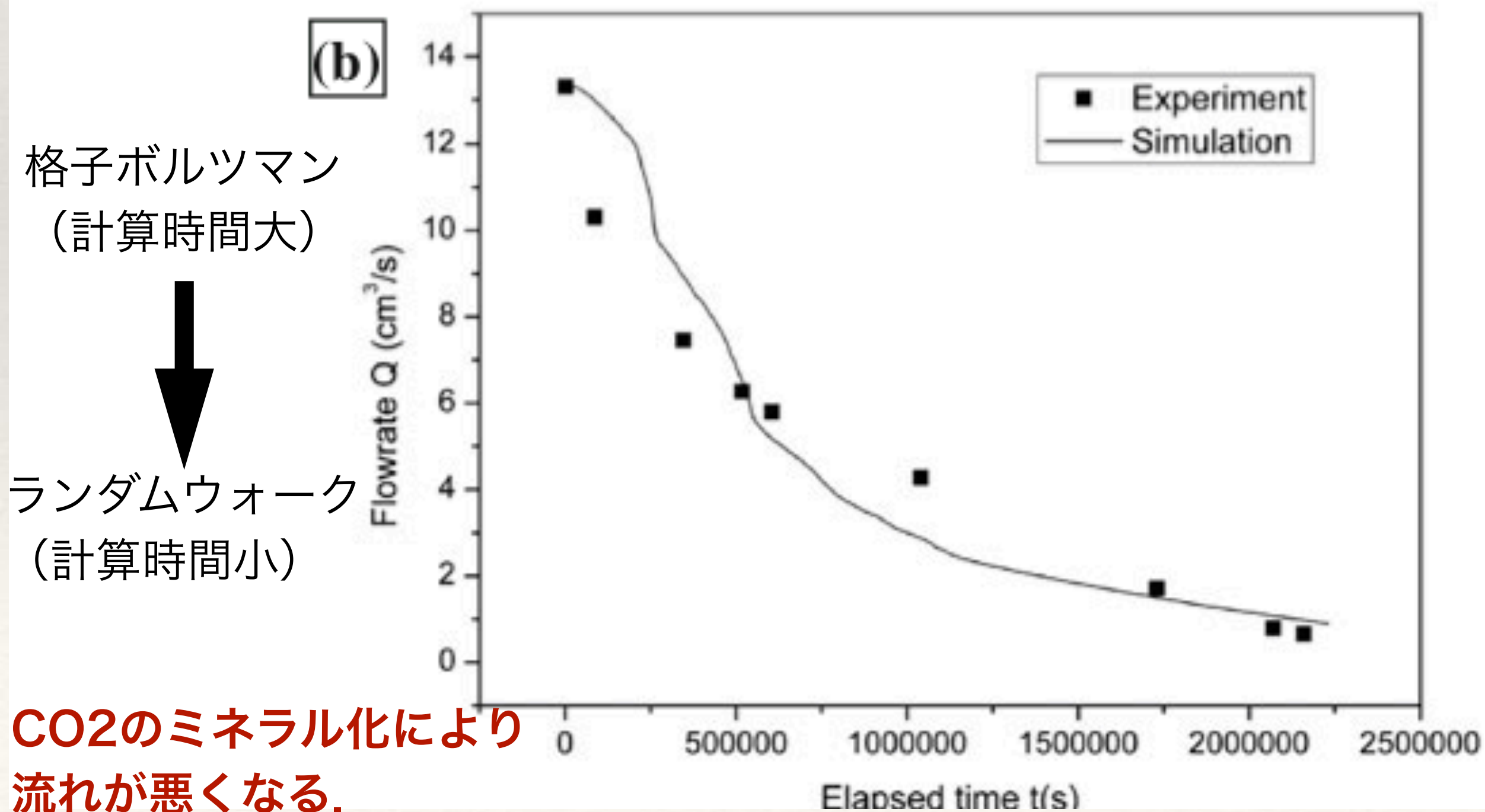
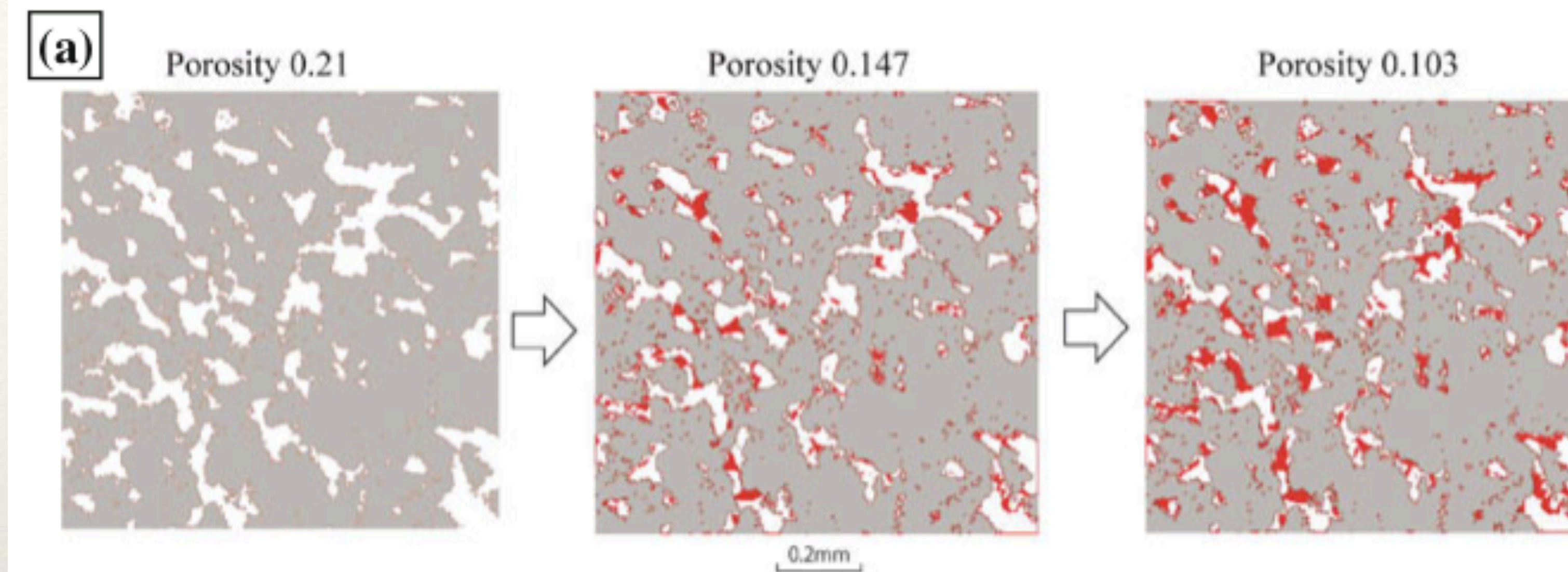
Y. Hiraoka, T. Nakamura,
A. Hirata, K. Matsue et al. 2016



CO₂の地下貯留とミネラル化

CO₂ を地下に注入する際、
CO₂がミネラル化して蓄積
して、流れが悪くなる。

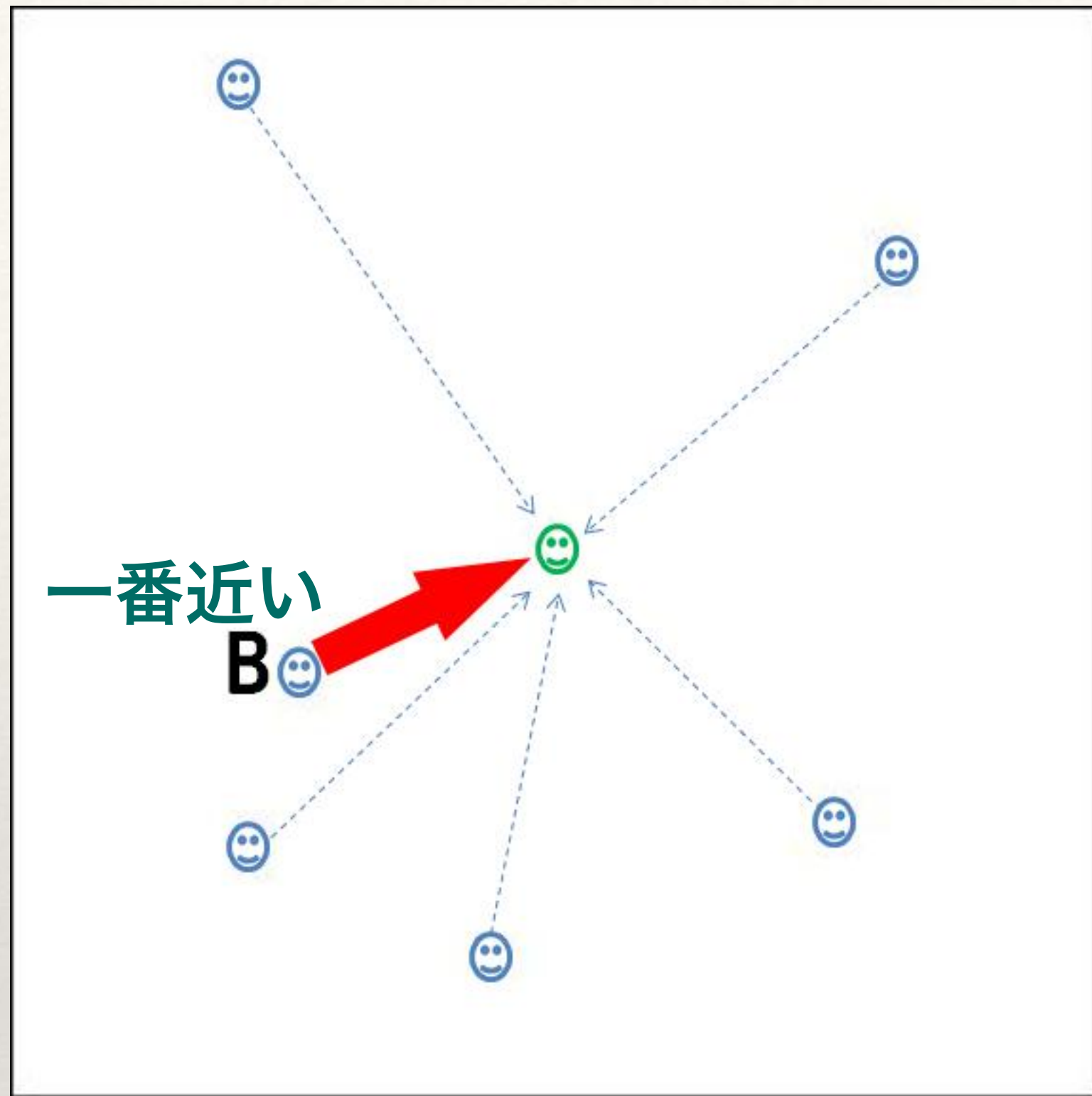
どのような岩石が注入に適
しているか？



Joint with Fei Jiang(山口大), Takeshi Tsuji (東大),
Anna Suzuki(東北大), Linh Thi Hoai Nguyen(I2CNER)

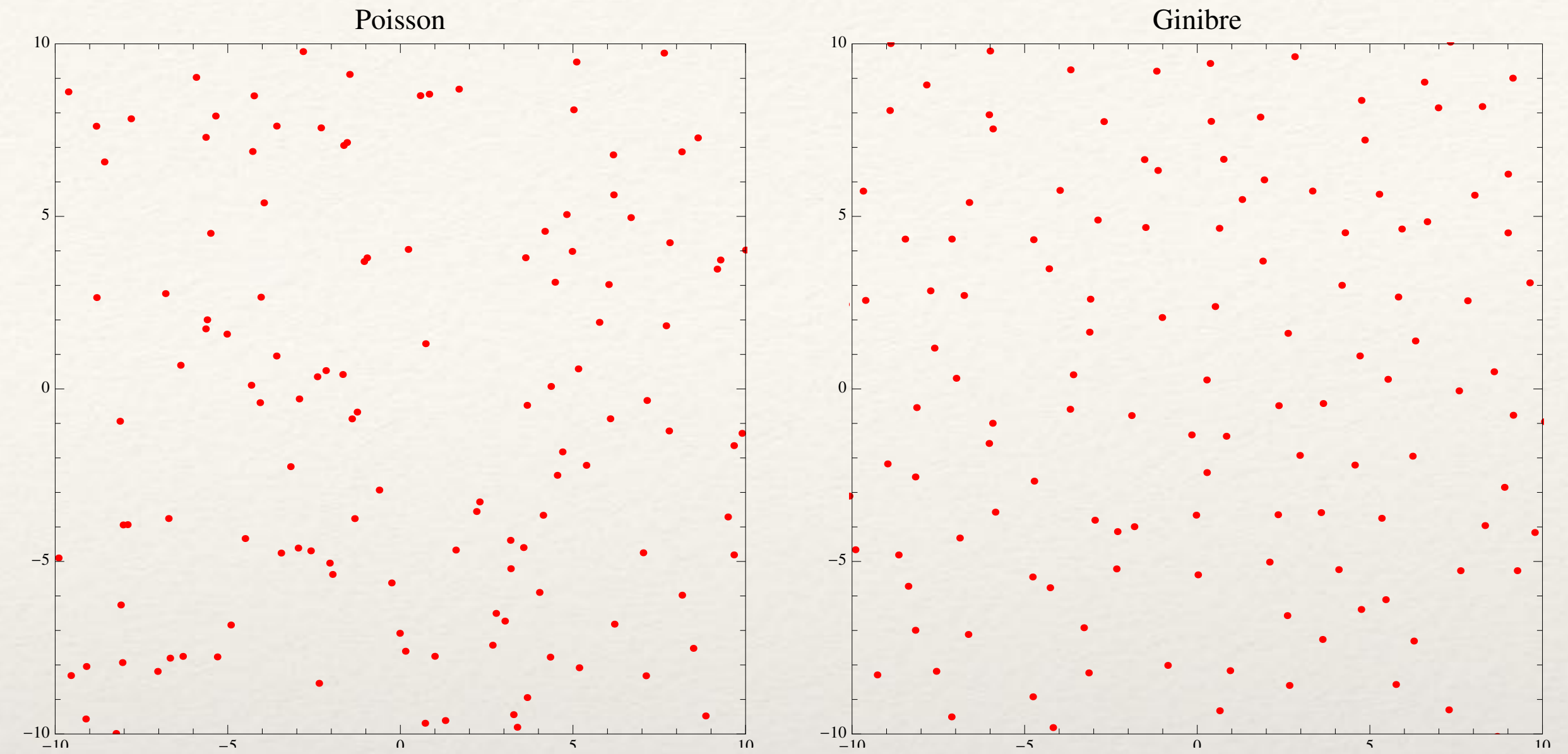
セルラーネットワークとSINR

joint with 三好直人(東工大)
Subhro Ghosh (NUS)



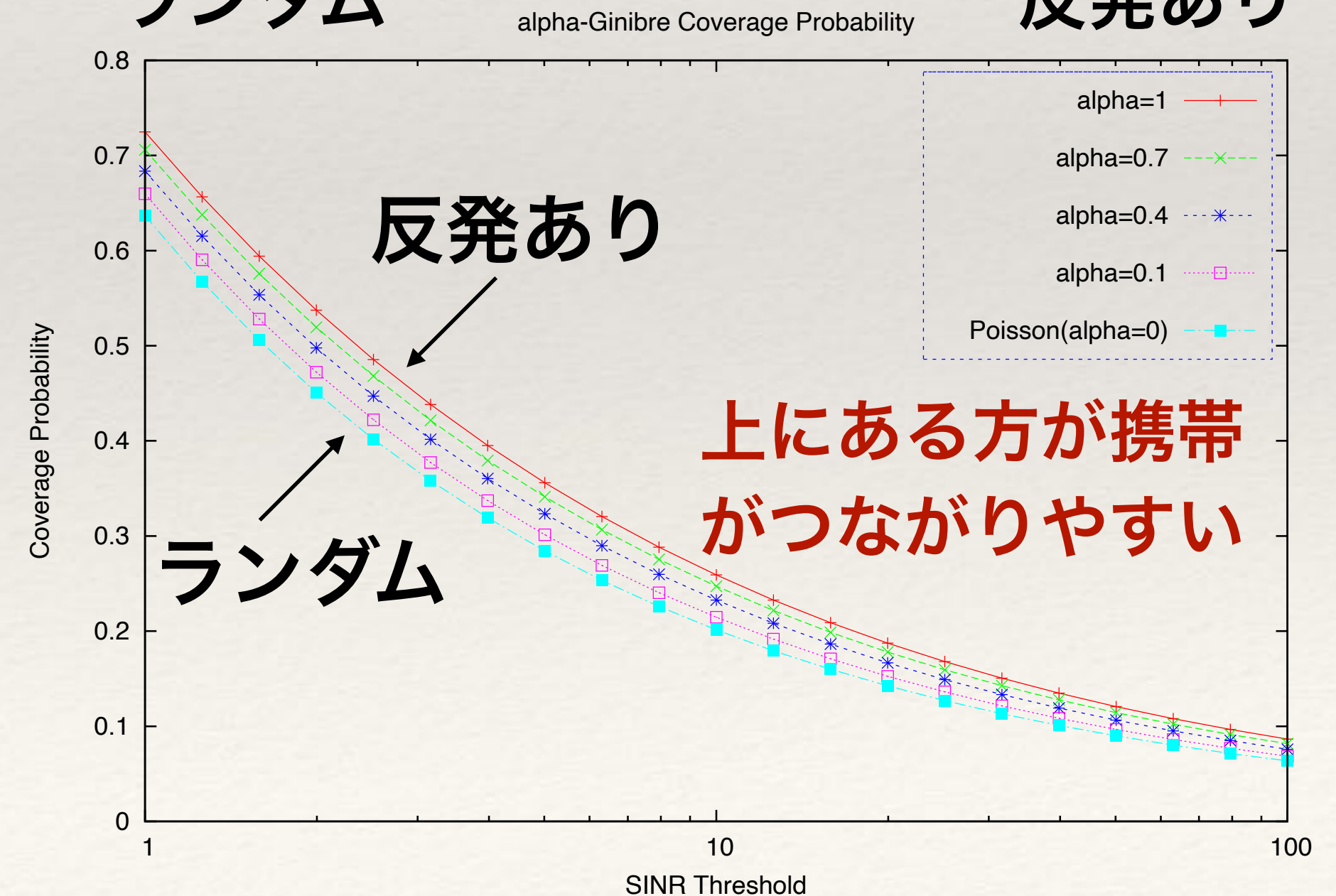
一番近い基地局からの**シグナル**を受けて、
その他の基地局からの電波は**ノイズ**となる。

SINRはそのシグナルとノイズの比
(**S**ignal-**I**nterference **N**oise **R**atio)



ランダム

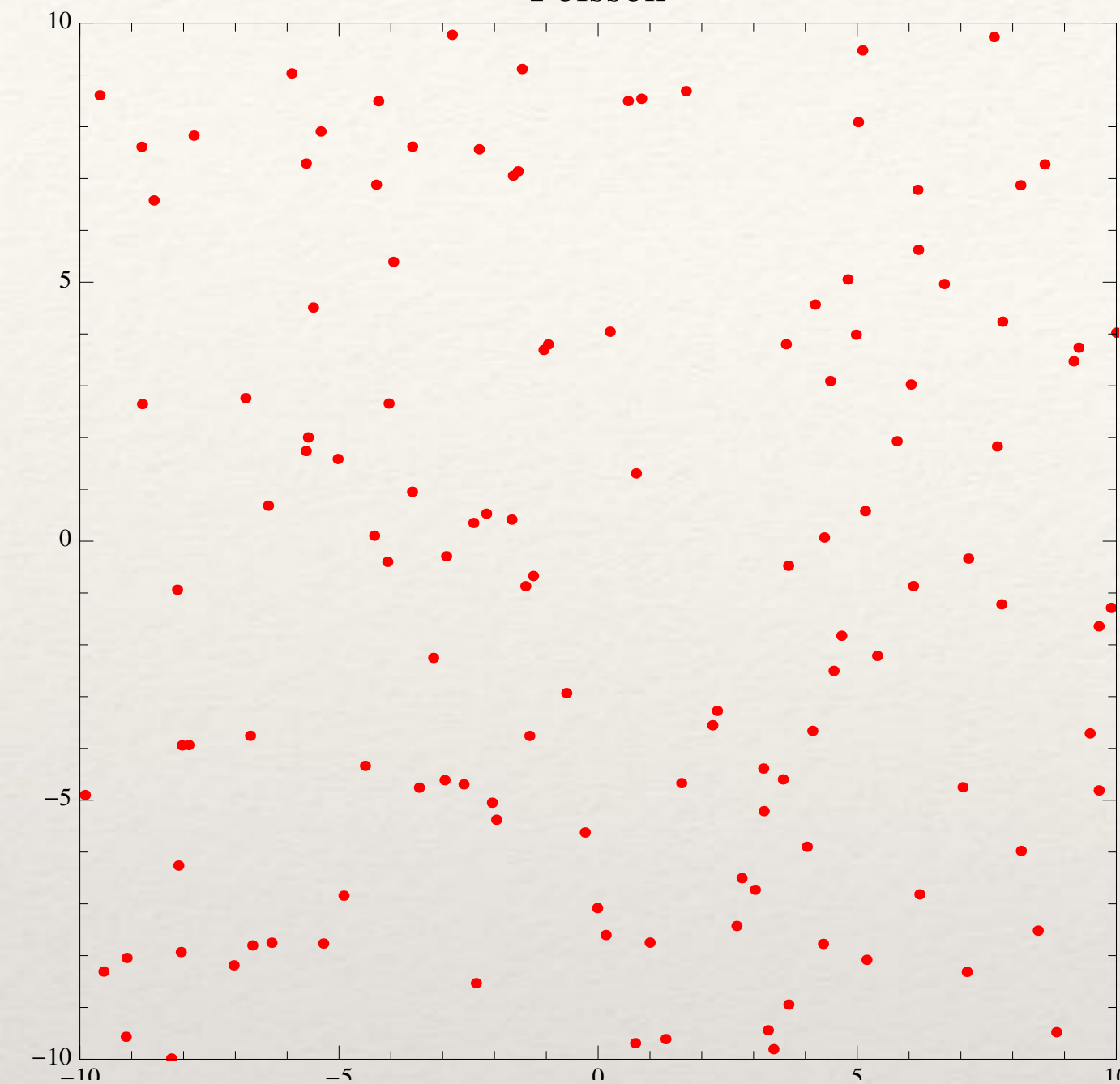
反発あり



100万画素の画像達は100万次元の点配置

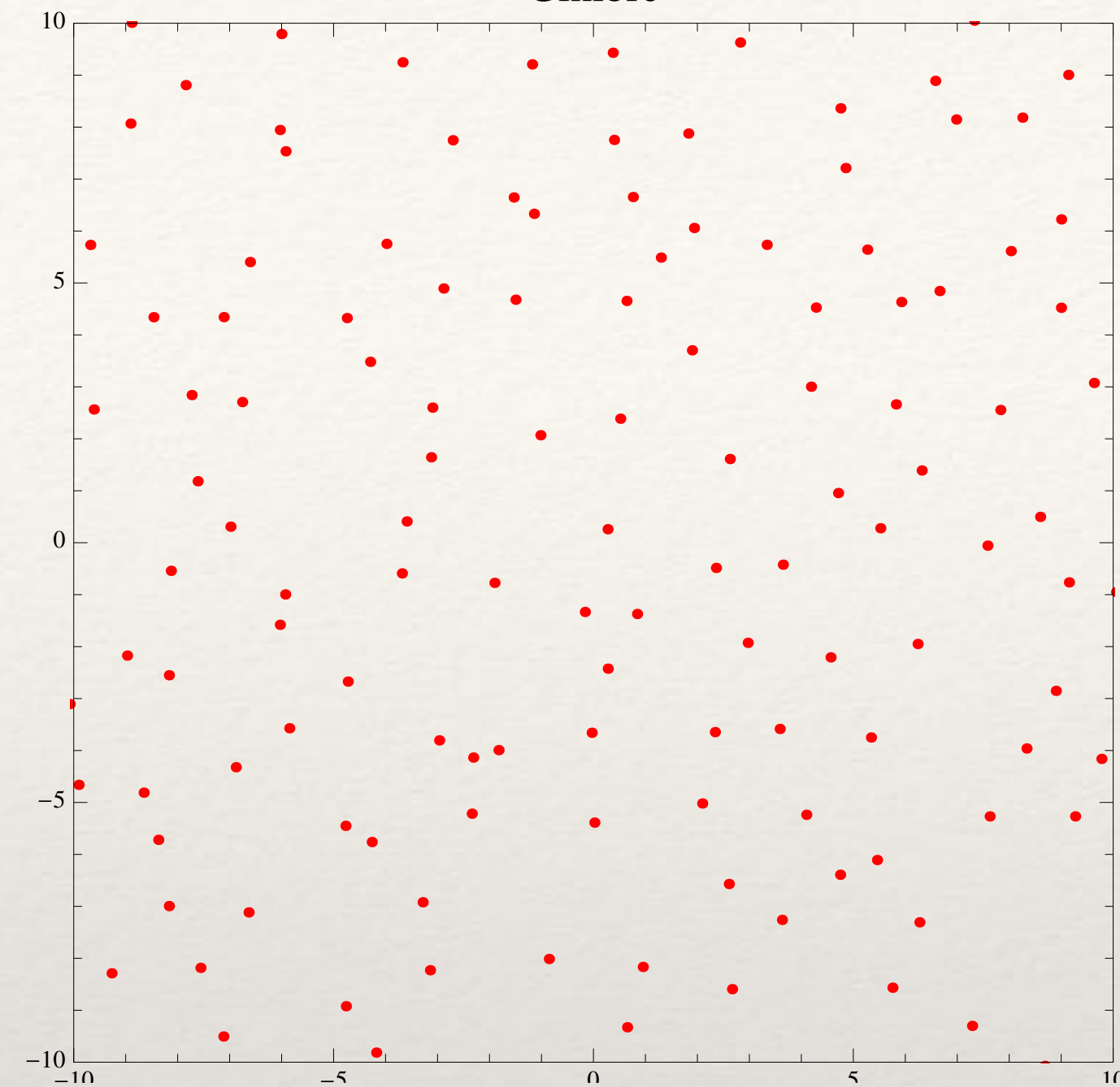
 $\mathbb{R}^2$

Poisson



ランダム

Ginibre



反発性あり

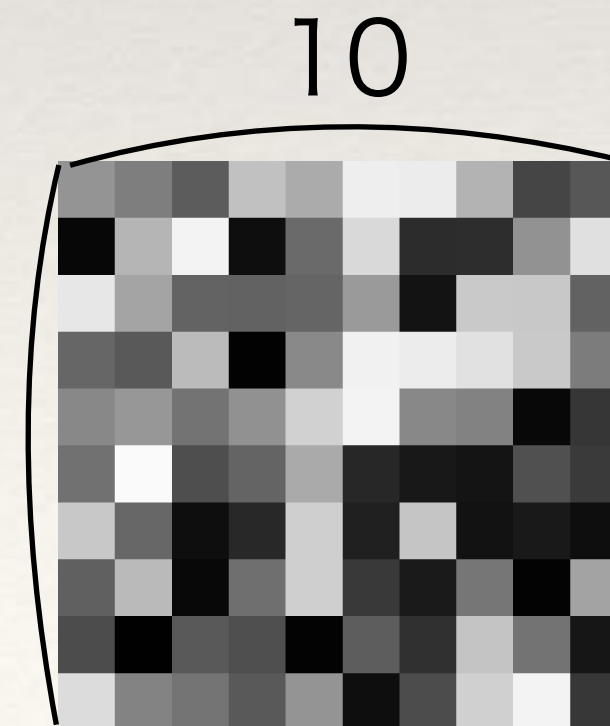
 $\mathbb{R}^{1000000}$ 

違う種類の画像（点）は反発している

2次元の点配置

x座標・y座標の**2個の数字**
で決まる

画像 10



$10 \times 10 = 100$ 個の
濃淡（数字）で決まる
⇒ この画像は**100次元**
の1点とみなす

「ジャガー」を検索したら？

類似性



類似性
+
多様性



a. 2,3次元の点配置の反発性
電子の反発, 鳥の巣が離れている

b. 100万次元の点配置の反発性
画像の多様性

多様性 = 反発性

この反発性（多様性）を
機械学習へ応用

Joint with Rudy Raymond (IBM),
Takayuki Osogami (IBM), Akshay Goel,
Takanori Maehara (NII)