

表現論・数論とその統計学・工学への応用



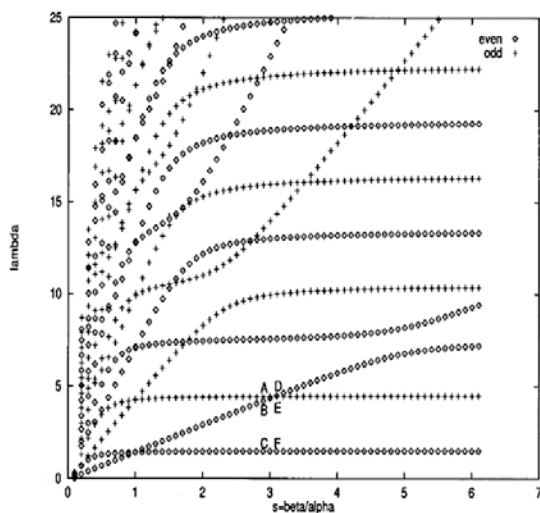
若山 正人

学位: 理学博士(広島大学)

専門分野: 表現論とゼータ関数

私のこれまでの研究は表現論を軸とした整数論・ゼータ関数、またその数理物理などへの応用です。古くから数学は、自然科学を記述する言語だと考えられてきました。これに対比するなら、表現論とは、対称性を記述しそれを多様な数学的問題に応用する学問です。事実、数学が幅広い応用をもつように、表現論も数学や物理学等のさまざまな分野において大いに役立ってきました。たとえば、対象とする問題が見たところたいへん複雑でも、対称性への着目で、扱いが容易な問題に還元できる場合があります。こうした場面で力を発揮するのが表現論です。もちろん、表現論固有の重要で基本的な研究があることは他の数学分野と同じです。以下に、現在の主な研究テーマについて述べます。

[非可換調和振動子のスペクトルの研究]



上図: Numer. Funct. Anal. Optim. 23, (2002), K. Nagatou, M. T. Nakao, M. Wakayama より抜粋

非可換調和振動子とは、15年ほど前に、A. Parmeggiani (Univ. Bologna) と考え始めた、行列と正準交換関係による2種類の非可換性を備えた常微分方程式系です。これは特別な場合として量子調和振動子(の組)を含むものの、一般的には生成・消滅演算子の存在は期待できず、スペクトルの具体的決定は難問です。しかしその後、この問題がHeunの微分方程式のモノドロミー問題や(スペクトルゼータ関数を通し)保型形式・楕円曲線のモジュライに具体的に繋がるなど、豊かな研究対象であることも判ってきました。対応する物理系は未発見ですが、系の定義にある2個のパラメータの比を変えていくと、基底状態が入れ替わる(スペクトルが入れ替わる)ということが、数値解析的には認められます。まだ未証明ですが、これが事実であれば、工学的応用に向け大変意義があると考えています。

[デジタル映像表現における数学モデルの構築]

これは研究代表者を安生健一(OLMデジタル)とする、JST-CREST「デジタル映像数学の構築と表現技術の革新」の数学モデルグループにおいて、本研究所の落合啓之、溝口佳寛らと進めている研究です。私はとくに、デジタル映像表現に適した記述様式を、関数解析・群の作用の面から、そして離散モデルの研究をグラフのラプラシアン・スペクトル解析の側面からなどから考察しています。

[α 行列式の表現論と不変式論]

α 行列式は確率論・統計学の要請から導入(Vere-Jones, 1988)され、行列式($\alpha=-1$)とパーマメント($\alpha=1$)を補間します。数年前より、木本一史(琉球大理)、松本詔(名大多元)の協力を得て、その霧が生成する一般線型群の加群の研究を始めました。霧が1のとき、それは表現のレベルで、交代および対称テンソル積表現を補間する理論です。またそれを契機として、特殊関数の今までにない捉え方が提案されたほか、wreath-行列式なる新しい相対不変量が発見され、新たな不変式論・組合せ論的研究が始まっています。統計学でも重要な帯球多項式との関わりも出てきました。このように、それは、統計学とも複数の接点をもち、正值性の問題から確率論とも深く繋がっている研究です。

[対称錐に付随した調和解析とその統計学への応用]

近年、最適化問題への情報幾何的アプローチがなされています。定式化の土台となる可微分多様体には、たとえば正值対称行列がなす対称錐などがあります。そのような多様体は、リー環・ジョルダン代数などを用い群論的に捉えられるもので、深い研究の歴史もあり、優れた数学的テクニックが蓄積されています。最近では、統計学的視点からの群論手法的研究も進められています。現在、対称錐に付随する特殊関数の研究、統計・情報多様体の数論的・群論的構造の研究を進めています。

以上のほか、様々なゼータ関数や、ゼータ正規化積とよばれる考え方を深め、かつ利用した保型形式の構成などの研究を進めています。

